VITTORIO EM. III

FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio

Palchetto

Num.° d' ordine

NAZIONALE
B. Prov.
I
718
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI

B. P.
I
718

Digitized by Google

BIBLIOTECA

D' ISTRUZIONE ELEMENTARE

OSSIA

RACCOLTA DI LETTURE, E NOZIONI SCIENTIFICHE
AGRARIE, INDUSTRIALI ED ALTRE

OPERA RIDOTTA DAL FRANCESE

DAL GIUDICE

MICHELE UNGARO

VOL. III.

GEOMETRIA

Digitized by Google

Digitized by Google

606885

BIBLIOTECA

D'ISTRUZIONE ELEMENTARE

OPERA RIDOTTA DAL FRANCESE

DAL GIUDICE

MICHELE UNGARO

GEOMETRIA

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI G. NOBILE
Vicoletto Salata a'Ventaglieri n. 14.
1855

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

BIBLIOTECA
D'ISTRUZIONE ELEMENTARE

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

GEOMETRIA

INTRODUZIONE

Alcuni agrimensori erano venuti nel Villaggio di Maestro Pietro incaricati di rilevare la pianta del Comune. Gli abitatori seguivano le loro operazioni con attenzione e curiosità; volevano sapere perchè costoro facevano tale o tale altra cosa; pregarono Maestro Pietro di loro spiegare ciò, e quegli profittò di questa occasione per far-

gli conoscere i primi principî della geometria.

« In ogni tempo, loro disse, sentissi il bisogno di poter misurare le terre, perchè spessissimo accade, che degli uragani ed inondazioni deviano i letti delle riviere e de' fiumi; che portano via i confini, cancellano i limiti de' campi e recano la confusione nella proprietà; inventossi dunque l'arte di misurare la terra, ed a quest'arte fu dato il nome di *geometria*. Credesi che una tale invenzione fosse dovuta agli Egiziani, il cui paese trovasi regolarmente inondato ogni anno, e per i quali quest'arte era, per così dire, indispensabile. Quanto all'epoca poi di tale invenzione è talmente remota ch'è impossibile di determinarla. Checchè ne sia, la geometria dovè di mano in mano fare considerevoli progressi; bentosto l'arte di misurare le terre divenne una delle numerose applicazioni di questa scienza, ed oggi sarebbe difficile di

citare un' arte, una industria, una scienza, in cui non si rinvenissero applicati i principî della geometria. Io non vi parlerò dell' astronomia, della geografia, della marina, dell' architettura per le quali la conoscenza della geometria è indispensabile; ma parlerovvi del muratore, del carpentiere, del falegname che ànno continuamente nelle mani il compasso, la riga e lo squadro; parlerovvi del magnano, del fabro, del calderaio, del lattaio, che adoprano ogn' istante tali strumenti. Il sarto, il calzolaio, ànno soventi bisogno di una geometria finissima e molto più saggia di quel che comunemente si crede, per dare agli abiti, alle scarpe che lavorano, una forma più adatta e più comoda. In una parola tutti gli operai senza, per così dire, alcuna eccezione, àn bisogno di un poco di geometria; giacchè la differenza tra un buono ed un cattivo operaio nasce quasi sempre dal che l' uno, profittando degli errori e della sperienza che à fatto o che à visto fare,

perviene a crearsi una specie di geometria ch' egli possiede senza saperlo, e di cui si serve come per istinto; quando l'altro non avendo voluto riflettere su ciò che à potuto fare, ricomincia l'indomani ciò che à di già fatto il giorno innanzi, e trovasi nel più grande imbarazzo allorchè gli si presenta una impreveduta circostanza.

« Da ciò che vi ò detto ben comprendete che con molto piacere acconsento a spiegarvi i primi principî di una scienza tanto utile come la geometria. Non volendo far di voi ciò che chiamansi sapienti, io non perderò il mio tempo a dimostrarvi rigorosamente le proprietà che verrò spiegandovi; mi limiterò a farvene sentire la verità, contentandovi di prestar fede alle mie parole.

« Come io voglio che coloro fra voi che possono aver bisogno di consultare libri di geometria comprendano i diversi vocaboli che trovansi in que'libri, sarò obbligato di servirmene ne'prossimi nostri trattenimen-

ti; curerò solamente di farveli ben comprendere. Voi li troverete forse un poco strani; ciò avviene dal perchè la geometria essendoci stata trasmessa da'Greci, la maggior parte de'vocaboli che a tale scienza appartengono, sono stati improntati dalla loro lingua. Pregherovvi dunque di far bene attenzione alla spiega che darovvene, giacchè senza di ciò avreste pena a comprendere tanto ciò che dovrò dirvi, quanto ciò che trovasi ne'libri di geometria. In tale prevenzione, miei buoni amici, ci vedremo alla prossima nostra riunione ».

Digitized by Google

TRATTENIMENTO I

Corpi, Superficie, Linee e Punti.

« I differenti obbietti che ci offre la natura, o che gli uomini son pervenuti a formare, sono *corpi;* così un cavallo, una pietra, una tavola, sono differenti corpi.

« Ne' corpi si distinguono fra le altre cose il *volume* e la *superficie.*

« Il volume di un corpo dipende dalla maggiore o minor materia di cui si compone; così quando un panettiere prende delle quantità di pasta della stessa grandezza per farne pani tondi, lunghi, a corona ec., questi differenti pani ànno tutti lo

stesso volume; ma s'egli riunisce due di queste quantità per farne un solo pane, quest' ultimo avrà un volume doppio di quello degli altri.

« Il volume di un corpo non dipende dalla specie di materia di cui è composto, ma solo dalla quantità di spazio che occupa; così un uovo, un pomo, una pera, possono aver esattamente lo stesso volume. Lo stesso è se riempite una stessa forma con argilla, con cera, con piombo fuso, avrete corpi dello stesso volume, anche quando gl'impastiate in seguito in differenti maniere.

« La superficie di un corpo è quella parte esterna che noi vediamo e tocchiamo, e per mezzo della quale possiamo distinguere quel corpo da tutti quelli che lo circondano. Così un pittore che fa un ritratto copre di differenti colori la superficie di una tela; il muratore intonaca con gesso o con ismalto la superficie de' muri delle nostre case; le persone ricche fanno ricoprire le

superficie de' muri de' loro appartamenti con *tapezzerie* più o meno preziose, l'ebanista, il falegname puliscono le superficie delle suppellettili che lavorano, e le ricoprono ordinariamente di un suolo di vernice ec.

« Soventi avviene che le superficie compongonsi di differenti parti separate le une dalle altre con contorni. Questi contorni sono *linee;* esse terminano le differenti facce de' corpi che le contengono; tali sono i contorni che potete ravvisare in una casa, una tavola, una trave ec.; talchè ogni parte qualunque di una superficie è terminata da una linea che serve a distinguerla dal resto della superficie di cui essa fa parte.

« Infine le differenti parti di una stessa linea qualunque sono terminate con *punti.*

« La geometria à per obbietto il ricercare le differenti proprietà de' punti, delle linee, delle superficie e de'volumi che possono far parte de' corpi esistenti.

« Ordinariamente le linee rappresentansi con tratti sciolti come nella *tav. 1, fig. 1*, secondo le forme che debbono avere, ed i punti si rappresentano ora con una piccola macchia rotonda (·), ora con due piccole linee incrociate (×).

« Spesso accade che debbono considerarsi più punti insieme; allora si scrive a costo di ciascuno d' essi una lettera tolta da un alfabeto qualunque: così dirassi il punto *A* per indicare *A* × *A*.

« Parimenti per indicare una linea si scrivono ordinariamente più lettere a canto di differenti punti di questa linea ; e queste lettere servono a tale indicazione. Così dicesi la linea *ABCD* per indicare la linea della *tav. 1, fig. 2*.

« Alle volte intanto non s' impiega che una sola lettera; ma ciò non à luogo che quando non può arrecare alcuna confusione; così può dirsi la linea *P*, la linea *Q*, la linea *R* per indicare le tre linee della *tav. 1, fig. 3*.

« Ma per poco che possa temersi che ne risulti la menoma confusione, fa mestieri impiegare più lettere, giacchè soprattutto bisogna essere chiaro.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO II

Linea retta, Superficie piana.

« Quando voi andate alla città vicina prendete taluni la strada a dritta, altri la strada a sinistra a misura che vi parrà più conveniente; e dippiù un uomo che volesse andare a traverso de'campi, potrebbe prendere tante vie diverse che vorrebbe.

« Fra tutti questi sentieri ve n'è uno necessariamente ch'è più breve di tutti gli altri che potrebbero immaginarsi. Parimenti fra due dati punti *AB* voi potete tracciare una infinità di linee differenti più o meno le une dalle altre; come nella *tav. 1, fig. 4;* ma fra tutte queste linee ve ne à una ch'è più breve di tutte le altre; è quella

che va direttamente dal punto *A* al punto *B* senza deviare nè dall'una nè dall'altra parte; è quella linea che chiamasi *linea retta*. Tal'è, per esempio, la linea *CD tav. 1, fig. 5*. Un filo sciolto teso fortemente rappresenta assai esattamente una linea retta.

« Prima d'indicarvi i mezzi che impiegansi per tracciare le linee rette, devo parlarvi delle superficie su le quali si tracciano ordinariamente, e che sono quelle che chiamansi superficie piane. Queste superficie debbono esser tali che si possa tracciarvi sopra una linea retta, che passa per due punti presi a volontà su queste superficie, e che sievi interamente contenuta. Tali sono presso a poco le superficie d'uno specchio, di una tavola, di un muro. Con tale proprietà anche gli operai riconoscono se una data superficie è ben ripianata; prendono una riga i cui contorni sieno ben retti ed esaminano se quella riga applicasi esattamente contro la superficie, qualunque sia la direzione che se le possa dare; così ope-

rano il falegname, il muratore, il carpentiere, il calderaio ec.

« Il lastricatore, il muratore impiegano altresì per l'uso stesso una cordellina fortemente tesa.

« Queste tali superficie sono usitatissime nelle arti e massime in geometria, in guisa tale che tutti i punti e linee che si considerano, si suppongono tracciati su di una stessa superficie piana, a meno che non venisse avvertito il contrario.

« Ecco ora come si previene a tracciare una linea retta su d' una data superficie piana.

« L' architetto, il disegnatore, il falegname, il vetraio ec. impiegano ordinariamente una riga, ossia una lama di legno, di ferro o di rame di poca spessezza, la cui larghezza sia molto più grande della spessezza, e la cui lunghezza sia molto più ancora.

« I contorni di questa riga debbono essere perfettamente retti; fra breve v'inse-

gnerò i mezzi di verificare se sieno così — Si poggia la riga nella direzione voluta; premesi con la mano sinistra affinchè non possa cambiar sito; infine con la mano dritta si fa scorrere lungo la riga tutta una penna con inchiostro, o un lapis, o una punta di acciaio, e la traccia ottenuta in tal guisa è precisamente la retta che desideravasi.

« Il carpentiere, il segatore di lungo ànno spesso bisogno di tracciare delle rette ben molto lunghe; e perchè l'uso di una riga non sia incommodo, essi ricorrono ad un altro mezzo; tendono fortemente nella direzione voluta una cordellina spalmata con bianco, o impregnata di un colore qualunque; la sollevano leggermente pizzicandola, e quella cordellina lasciata a se stessa va a toccare vivamente il corpo sul quale è stata tesa, e lascia su la sua superficie una traccia colorata ch'è la linea voluta.

« Il lavoratore di terra, il giardiniere, il lastricatore fanno a un di presso così; pian-

tano a terra due piuoli di legno o di ferro tra i quali tendono fortemente una cordellina che rappresenta la linea voluta.

« Finalmente l'ingegnere e l'agrimensore che àn bisogno di tracciare sul terreno delle lunghe linee rette, si contentano d'indicarne alcuni punti da distanza in distanza per mezzo de'piuoli ben allineati.

« Per riconoscere se i piuoli sieno ben allineati fissano essi un occhio accanto al primo piuolo, e guardandoli tutti simultaneamente, vedono se ve ne à qualcuno che avanzi più degli altri dall' una o dall'altra parte della linea; in tale guisa i piuoli sono ben allineati; ma quando uno o più di essi avanzino gli altri, sono mal allineati e fa mestieri correggere la loro posizione.

« Tali sono le differenti maniere da tracciare le linee rette. Ora terrovvi la promessa fattavi d'insegnarvi come può verificarsi se una riga è o pur no esatta. Vedete nella *tav. 1, fig. 6* una riga, ed osservate che

per facilitarvi i mezzi di ben vedere come io farò, ò segnato una delle sue estremità con la lettera *M*, e l'altra con lettera *N*. La situo su d'una superficie piana nella posizione *MN*, *tav. 1*, *fig.* 7, e traccio la linea *AB*; volgo allora la mia riga dandole la posizione *MN* e guardo se applicasi esattamente contro la linea *AB* testè tracciata, e poichè ciò avviene, ne siegue che la mia riga è esatta, quando sarebbe falsa se non fosse in tal guisa.

« Nella prossima nostra riunione parlerovvi di alcune applicazioni delle linee rette.

TRATTENIMENTO III

La linea retta serve a misurare le distanze.

« Quando si è voluto rinvenire la distanza che può esservi da un punto ad un altro si è naturalmente ricorso alla linea retta, quella che come più corta può tirarsi tra questi due punti. Si è dunque presa una linea retta di una conosciuta lunghezza per misura, e come dicesi in matematica, per *unità*, e si è cercato quante volte questa misura si trovasse contenuta nella distanza che volevasi misurare. Ora comprendete ch' egli è estremamente importante, che ciascuno faccia uso della stessa misura, in opposto non potrebbe giammai farsi intendere. Paolo direbbe a Giovanni — la mia casa à venti misure di lunghezza — l'altro

potrebbe ben rispondergli — no; non ne à che quindici — ed avrebbero entrambi ragione, se le loro misure fossero differenti. Ciò precisamente avveniva prima della rivoluzione del 1789; ciascuna provincia e, per così dire, ciascuna città di Francia aveva la sua misura particolare ed arrecava non poca pena per intendersi; tutto ciò pertanto in seguito è cangiato; si è scelta una nuova misura che chiamasi *metro*, e la cui lunghezza è tale che un filo che farebbe il giro intiero della terra avrebbe giusto quaranta milioni di metri. Con il mezzo anzi di questa lunghezza del giro della terra gli scienziati francesi ànno stabilito la esatta lunghezza del metro. Quanto a voi, se volete averne la lunghezza per così dire continuamente avanti gli occhi, non avete che a ricordarvi che presso a poco è l'altezza dell'uomo di una statura ordinaria dalla terra fino all'ombelico.

« È estremamente raro il dover misurare lunghezze che non contengano che un

numero di metri intieri; fa mestieri dunque poter misurare lunghezze che sieno parti di metri, ed a ciò si perviene per mezzo di altre misure che sono minori del metro, e della più grande facilità. Esse sono

Il *decimetro*, la cui lunghezza è contenuta dieci volte esattamente in un metro.

Il *centimetro*, la cui lunghezza è contenuta esattamente dieci volte in un decimetro e cento volte in un metro.

Il *millimetro*, la cui lunghezza è contenuta dieci volte nel centimetro, cento volte nel decimetro e mille volte nel metro.

« Per darvene un'idea, nella *tav. 1, fig. 8* vi à un decimetro *AB*, ch'è diviso in dieci centimetri ne' punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e'l di cui primo centimetro è egli stesso diviso in millimetri.

« Non si sono spinte più oltre le suddivisioni del metro, perchè come vedete, il millimetro è molto piccolo, e salvo alcuni casi straordinarî, posson tralasciarsi le parti che sarebbero minori di un millimetro;

quanto a'casi in cui si à bisogno di più esattezza, come non incontransi che nelle ricerche degli scienziati, questi signori se ne sbrigano senza ricorrere a nuove misure.

« A rigore le misure precedenti potrebbero essere bastevoli per valutare tutte le possibili distanze; ma si è osservato che quando una distanza è troppo sproporzionata per rapporto alla misura di cui si fa uso per valutarla, è difficile di formarsene una idea esatta. Sonosi dunque immaginate altre misure più grandi del metro, e che arrecano molta chiarezza. Tali sono

Il *decametro* che vale dieci metri.

L' *ettometro* che vale dieci decametri o cento metri.

Il *chilometro* che vale dieci ettometri o cento decametri o mille metri.

Finalmente il *miriametro* che vale dieci chilometri o cento ettometri o mille decametri o diecimila metri (1).

(1) Queste misure, sebbene francesi, sono pure presso di noi ricevute per la loro facilità ed esattezza.

***

« Quest' ultima misura è tale che un uomo di un passo ordinario percorrerebbe in due ore quasi un miriametro di cammino.

« Soventi avviene che debbono misurarsi, almeno approssimativamente, certe lunghezze o larghezze, e che intanto non si à indosso la misura; è dunque vantaggioso che ciascuno conosca l'esatta misura di alcune parti del suo proprio corpo, scelte di maniera tale che sieno facili a ritenere. Così vi ò detto che un uomo di statura ordinaria fino all'ombelico à l' altezza di un metro. In molte persone la lunghezza del braccio dal gomito fino l'estremità del dito mignolo è di quattro decimetri; allargando il più ch' è possibile l' indice e 'l pollice si avranno presso a poco due decimetri; finalmente prendendo il giro della coscia ad una conveniente altezza, si avranno cinque decimetri, ed il doppio darà conseguentemente dieci decimetri o un metro. Quest'ultima osservazione è soprattutto importante; dappoichè con un pezzo di filo o una

bacchetta ben delicata avrassi un mezzo metro, di cui potrà farsi uso per valutare le lunghezze poco considerevoli. Quando dovranno valutarsi le piccole lunghezze e che si avrà un punto di misura, potrà impiegarsi un dito della mano di cui si sarà anticipatamente riconosciuta la larghezza. Ora prendendo questa larghezza ad un punto conveniente, è quasi per due centimetri per la maggior parte delle dita, ciò che rende questa misura estremamente commoda.

« Supponiamo intanto ch'io voglia misurare la lunghezza di questa tavola — comincerò dal prendere uno spago la cui lunghezza faccia due volte il giro della mia coscia verso la metà; ecco un metro; porto questo metro sul banco e trovo che vi si contiene tre volte ed un poco di più. Siccome questo dippiù è ancora molto grande, lo misuro con la mano e trovo che contiene due volte la distanza della estremità del pollice a quella del dito indice disteso il più

ch'è possibile, ciò che forma quattro decimetri; ma evvi ancora un piccolo eccesso di tre dita ch'equivalgono a sei centimetri, dal che conchiudo che la tavola à tre metri, quattro decimetri e sei centimetri di lunghezza, o che vale lo stesso, tre metri e quarantasei centimetri, giacchè quattro decimetri e quaranta centimetri è la stessa cosa. In tutt'altra circostanza farò, presso a poco, lo stesso, purchè non sia necessario di ottenere una grande precisione.

« Quando debbono misurarsi le linee rette di una lunghezza considerevole tracciata sul terreno, il che avviene spessissimo nell'agrimensura, si fa ordinariamente uso di una catena di cui potete osservar la forma nella *tav. 1, fig. 9.* Vedete bene che essa è composta di anelli di grossi fili di ferro, di cui ciascuno equivale a due decimetri, in maniera tale che la intiera catena trovasi aver dieci metri di lunghezza. Voi potreste forse credere che si farebbe anche bene con prendere una corda divisa nello stesso

modo per mezzo di nodi situati da due in due decimetri; ma voi v'ingannereste, perchè una corda bagnata non è della stessa lunghezza di quando è secca, ed una corda nuova è più corta che non sarà dopo averne fatto uso qualche tempo.

« Oltre la catena impiegansi ordinariamente delle piccole verghe di grosso filo di ferro, e che chiamansi picchetti; in verità esse non sono indispensabili, ma facilitano molto l'operazione, e d' altronde rendono gli errori quasi impossibili. Ora per farvi ben vedere come si esegue, misuriamo la distanza da questo melo al pero ch'è innanzi alla porta di Nicola; state attenti.

1° Voi, Giovanni, prendete un punto della catena, e voi, Nicola, prendete l'altro punto, e prendete ancora questo fascio di picchetti.

2° Giovanni, situate il vostro punto contro il tronco del melo, e voi, Nicola, andate dalla parte del melo, facendo un piccolo sforzo perchè la catena sia ben tesa.

Digitized by Google

3° Nicola, prendete uno de' vostri picchetti per la punta, fate una linea che indichi sul terreno la estremità della catena, e lasciate là il vostro picchetto; un solo.

4° Camminate intanto entrambi verso il pero. Nicola sempre innanzi finchè Giovanni arrivi al segno che à fatto Nicola.

5° Giovanni, alzate il picchetto lasciato da Nicola; e situate la estremità della catena sul segno che è a terra, e voi, Nicola, segnate la seconda estremità, e lasciate un altro picchetto esattamente come la prima volta.

6° Camminate ancora verso il pero e ricominciate esattamente della stessa maniera finchè arriviate al pero.

« Ah! non è perfettamente giusto. Quanti anelli vi sono dall'ultimo segno? tre è mezzo; ora facciamo il nostro conto.

Giovanni, quanti picchetti avete voi? — Tredici — Voi avete dunque misurato tredici volte la lunghezza della catena, ciò che a ragione di dieci metri per ciascuna lun-

ghezza dà un totale di centotrenta metri; di più noi abbiamo tre anelli che àn due decimetri ognuno, ciò forma sei decimetri; abbiamo un mezzo anello ch' equivale ad un decimetro: noi avremo dunque in tutto 130 metri, sette decimetri, o pure scrivendolo in frazione decimale, 130, 7 metri.

« Voi intendete ora che i picchetti senza essere indispensabili, sono nulladimeno utili poichè servono a far conoscere quante volte si è trovata la lunghezza di una catena, senza che sia possibile d'ingannarsi; quando senza ciò potrebbesi benissimo cader in errore nelle misure considerevoli, e si potrebbe essere obbligato di ricominciare tutta l'operazione, il che non sarebbe piacevole.

« Vi ò testè indicata la buona maniera di misurare le grandi distanze che sono tracciate sul terreno; è ben vero che gli scienziati ne impiegano un'altra molto più esatta, ma ancora molto più penosa; e siccome essa non divien necessaria che quan-

do si à bisogno della più grande precisione, noi non ce ne occupiamo. Vi à d' agrimensori che invece della catena impiegano un gran compasso di legno, le cui punte sono aperte di due metri; ma è un cattivo metodo; chè è quasi impossibile di non ingannarsi di due o tre centimetri su ciascun colpo di compasso o di *iugero* ch'è il nome che se gli dà. Per tal ragione io non ve ne parlerò di più, e mi contenterò d'impegnarvi a far uso sempre della catena nel modo che vi ò spiegato.

TRATTENIMENTO IV

Scala di proporzione e suoi usi.

« Or che sappiamo come possono misurarsi le vere distanze, ci rimane a sapere in qual modo possono segnarsi sul disegno, o come dicesi, su la pianta dell' obbietto che vuolsi rappresentare; giacchè è facile il comprendere che non è possibile di fare un disegno che sia grande quanto il paese, o campo, o palazzo, o il luogo, o la macchina, che voglia rappresentarsi, come spesso avviene all' ingegnere, all' architetto, al meccanico ed a tanti altri. Per raggiugnere tale scopo si fa uso di ciò che chiamasi una *scala* di proporzione; essa consiste in una linea retta come nella *tav. 1, fig. 8* che

dividesi in parti perfettamente tra loro eguali. Queste parti possono essere più o meno grandi a volontà del disegnatore, ma d'ordinario si prendono in maniera tale che il disegno che vuol tracciarsi non sia nè troppo grande nè troppo piccolo, ciò ch'è facile a giudicare, poichè ciascuna di queste parti deve rappresentare la linea che si è usata per misura, in guisa tale ch'essendosi fatto uso del metro per misurare le distanze reali, ciascuna parte della scala dovrà rappresentare un metro; ma se per un altro disegno si fossero misurate le distanze reali con il decimetro, ciascuna parte della scala non dovrebbe rappresentare più che un decimetro. Supponiamo per esempio che io voglia rappresentare su la retta *ACB*, *tav. 1*, *fig. 10* una distanza di trenta metri che sia contata a partire dal punto *A;* prendo con il compasso una lunghezza di trenta parti della scala e porto questa lunghezza su la retta *AB* dal punto *A* fino al punto *C;* allora la parte *AC*,

rappresenta precisamente una lunghezza di trenta metri.

« Per secondo esempio supponiamo che la retta *CD, tav. 1, fig. 11,* sia stata costruita con la scala sopra indicata per rappresentare un certo numero di metri che noi non conosciamo e che vogliamo sapere. In tal caso prendo con il compasso questa distanza *CD* e la porto su la scala per vedere quante parti di questa scala trovansi comprese tra le punte del compasso; voi vedete che se ne trovano trentacinque; allora io conchiudo che la retta *CD* rappresenta una lunghezza di trentacinque metri.

« Più tardi avrò occasione d' insegnarvi come può rilevarsi la *pianta* di un terreno qualunque, cioè un disegno che rappresenti esattamente il terreno in tutte le sue parti; per il momento ecco la pianta del mio piccolo campo di navoni, *tav. 1, fig. 12.*

« Io l' ò tracciata col mezzo della scala che vi ò di già mostrata; ebbene — con il mezzo di questa pianta e di questa scala

nulla di più facile che trovare la distanza reale di due punti qualunque del campo. Se per esempio voglio trovare la vera distanza de' due punti che nella pianta sono segnati *AC*, poggio una punta del compasso sul punto *A*, l'altra sul punto *C*, porto il compasso su la scala facendo ben attenzione che la sua apertura non cambî; allora io vedo che le sue punte contengono 42 parti della scala, e ne conchiudo che la vera distanza de' due cantoni del campo che sono rappresentati da' punti *A* e *C* è di 42 metri giusti.

« Questo esempio può farvi comprendere in parte quanto una pianta tracciata ad una scala conosciuta può esser utile per dare una idea esatta dell'oggetto che rappresenta. Così nella pianta rinverrete ordinariamente verso il basso una retta divisa in parti eguali ch'è precisamente la scala su la quale la pianta è stata tracciata. Intanto avviene talvolta che vien soppressa questa scala e dicesi solo che la pianta è

stata tracciata su d'una scala di un quarto, di un decimo, di un centesimo ec. che vuol dire che le distanze misurate su la pianta sono il quarto, o il decimo, o il centesimo delle distanze reali che rappresentano, e che per conseguenza si avranno quest'ultime distanze moltiplicando quelle della pianta per 4, per 10, o per 100, secondo l'indicazione della scala.

TRATTENIMENTO V

Linee spezzate, linee curve, modo di misurare la lunghezza di queste linee.

« Ciò che abbiamo visto finora è intieramente relativo a linee dritte, quandochè vi à una infinità di linee che non lo sono; oggi esamineremo un poco queste ultime.

« Spesso avviene che una linea senz' esser retta trovasi pertanto composta di parti che sono rette, ciascuna particolarmente; tal' è per esempio la linea *ABCDE* nella *tav. 1, fig. 13.*

« Queste linee chiamansi linee *spezzate* a causa della loro somiglianza con un bastone prima dritto e che fosse stato spezzato.

« Quando una linea non à parte che sia perfettamente retta, come per esempio *tavola 1, fig. 14,* dicesi *curva,* qualunque sia d'altronde la sua forma particolare.

« Finalmente una linea può trovarsi composta di parti rette e di parti curve; in tal caso chiamasi linea *mista;* tali sono per esempio le linee nella *tav. 1, fig. 15,* ed una infinità d'altre più o meno differenti.

« Se voi paragonate insieme le linee rette, spezzate o curve rinverrete:

Che le linee rette conservano per tutto la stessa direzione;

Che le linee spezzate cangiano di direzione da distanza in distanza;

Che le linee curve cangiano continuamente di direzione e possono avere un'infinità di forme differenti le une dalle altre.

« Voi intendete che i nomi sì generali di linee rette, spezzate, curve e miste non bastano per distinguere le linee che possono aversi a considerare; così si dà solo il no-

me a quelle di cui deve farsi più uso. Io non mi tratterrò ad indicarvi tutti questi nomi che voi dimentichereste, tantoppiù che non avremo dipoi occasione di servircene, giacchè nelle applicazioni ordinarie della geometria, non si considerano che le proprietà di una sola specie di linee curve, che son conosciute sotto il nome di *circonferenze di cerchio*, e di cui più appresso vi farò conoscere la forma e le proprietà principali. Per il momento mi limiterò a farvi comprendere i mezzi che si praticano per trovare la lunghezza di una linea spezzata, curva e mista.

« Sia dunque la linea spezzata *ABCDE*, *tav. 1, fig. 13*, di cui vuol trovarsi la lunghezza; a tale oggetto si misurano separatamente le parti *AB*, *BC*, *CD*, *DE* come vi ò indicato nella misura delle linee rette, quindi si aggiungono insieme tutti i risultamenti trovati, e la somma sarà la lunghezza della linea.

« Quando deve valutarsi la lunghezza di

una linea curva come nella linea *FGHK*, *tav. 1, fig. 16*, dividesi essa in piccole parti, in maniera tale che ciascuna di queste possa esser presa per una linea retta, senza che l'errore che ne risulta sia considerevole, quindi si misura ciascuna parte come per una linea spezzata, ed aggiungendone i risultati, si à la lunghezza della curva se non del tutto esatta, almeno approssimativamente.

« Egli è d'altronde visibile che l'errore che può commettersi in tal maniera sarà tanto minore per quanto più piccole saranno state prese le parti della curva.

« Un filo che seguirà ben esattamente tutti i contorni della data curva e di cui si misurerà la lunghezza, indicherà quella stessa della curva con la più grande precisione; devesi dunque prendere questo mezzo ogni volta ch'è possibile praticarlo. Così se io desidero conoscere qual'è il contorno del tronco di quest'albero, prendo un cordone che ne faccia giusto il giro, misuro la

lunghezza di questo cordone, e questa lunghezza sarà quella del tronco dell'albero. Egualmente ciò si eseguirebbe in ogni altra analoga circostanza.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO VI

Del cerchio, della sua circonferenza e delle loro differenti parti.

« Fra l'infinito numero di linee curve che possono essere tracciate su di un piano, le più considerevoli e le più semplici sono quelle di cui tutt' i punti sono alla stessa distanza da un altro punto fisso preso al di dentro della curva, tal'è per esempio la curva *ABCDE* nella *tav. 1, fig. 17*, di cui tutt'i punti sono alla distanza stessa del punto interno *O*. Le linee di tal genere sono chiamate *circonferenze* di cerchio. Il punto fisso interno ch'è alla stessa distanza da tutti que'della circonferenza, n'è il *centro*. Finalmente lo spazio che trovasi rinchiuso in una circonferenza chiamasi un *cerchio*.

« Voi vedete ciò premesso che non bisogna confondere un cerchio con una circonferenza di cerchio, poichè il primo è una superficie, quando l'altro disegna una linea curva. Così, per esempio, un campo perfettamente tondo è un cerchio, mentre che il muro o la siepe che lo circonda ne rappresenta assai bene la circonferenza.

« Pur tuttavolta debbo avvertirvi che spessissimo per brevità dicesi cerchio invece di dire la circonferenza del cerchio; ma ciò non avviene se non quando è impossibile che prendasi l'uno per l'altra, e se vi fosse a temere la minima confusione viene ciascuna di esse parti espressa con il nome che le conviene.

« Ogni linea retta che come, *tav. 1, fig. 18, OA, OB, OC, OD, OE* va dal centro di un cerchio alla sua circonferenza, chiamasi *raggio*, in guisa che nello stesso cerchio tutti i raggi sono eguali.

« Ogni retta che come *AOC* della stessa figura, passa per il centro di un cerchio

terminando dall' una parte all' altra della sua circonferenza è un *diametro* di quel cerchio.

« Così ciascun diametro si compone di due raggi, e per conseguenza tutt'i diametri di un cerchio sono della stessa lunghezza.

« Ogni retta che, come *PR, tav. 1, fig. 19,* unisce due punti di una circonferenza è una *corda,* e le parti *PQR*, *PUSR* di quella circonferenza sono archi di cerchio.

« Per esprimere la relazione ch'esiste tra un arco di cerchio e la corda che unisce le sue estremità, dicesi che l'arco è *sotteso* dalla corda o pure che la corda *sottende* l'arco.

« Così nell'esempio su indicato la corda *PR* sottende nel tempo stesso l' arco *PQR* e l'arco *PUSR;* però quando parlasi dell'arco ch'è sotteso da una corda, è sempre il più piccolo de' due archi che voglionsi designare, purchè non dicasi espressamente il contrario.

**

« A causa della grande regolarità di una circonferenza di cerchio, due archi eguali presi o nello stesso cerchio o in cerchi della stessa grandezza, sono sempre sottesi da corde che sono eguali tra loro; come del pari se due corde sieno eguali tra loro, gli archi ch'esse sottendono sono altresì eguali. Così nella *tav. 1, fig. 20,* l'arco *ABC* essendo uguale all'arco *PQR*, la corda *AC* è uguale alla corda *PR*. Parimente queste due corde *AC, PR* essendo eguali alla corda *TV*, gli archi *ABC*, *PQR* sono essi stessi eguali all'arco *TUV*.

TRATTENIMENTO VII

Divisione della circonferenza in gradi, minuti e secondi.

« Avviene spesso, e specialmente nell'astronomia, nella geografia e nella navigazione, che debbano paragonarsi fra loro degli archi di cerchio che appartengono o allo stesso cerchio o a cerchi della stessa grandezza; allora invece di misurare la lunghezza reale di questi archi, ciò che soventi presenterebbe molta difficoltà, si è stimato cosa più semplice di paragonarli alla circonferenza stessa ed alla sua suddivisione. Ecco quali sono le misure più comunemente adottate.

« Ogni circonferenza di corda dividesi in 360 parti eguali che chiamansi *gradi*.

« Ciascun grado suddividesi in 60 parti eguali che chiamansi *minuti*.

« Ciascun minuto dividesi anche esso in 60 parti eguali che diconsi *secondi*.

« Quanto alle parti che sono minori di un secondo si valutano ordinariamente come frazioni decimali di quest'ultima specie di unità. Oltracciò per brevità si segnano i gradi con il segno °, i minuti con il segno ′, ed i secondi con il segno ″; talchè per indicare un arco di 27 gradi, 19 minuti, 36 secondi e $\frac{7}{10}$ di secondi, scrivesi semplicemente 27° 19′ 36″ 7.

« Egualmente se trovasi un arco di 85° 43′ 56″ 4 ciò vorrà dire un arco di 85 gradi, 43 minuti, 56 secondi e 4 decimi di secondo, e così successivamente.

« Questo sistema di divisione è stato universalmente adottato fino all'epoca della rivoluzione francese; ma quando volle cangiarsi l'antico sistema di pesi e misure, fu stimato giusto di cangiarsi nel tempo stesso la divisione della circonferenza, cosic-

chè in Francia per effetto del nuovo sistema la circonferenza dividesi in 400 parti che si dicono gradi, ciascun grado dividesi in 100 minuti, e ciascun minuto in 100 secondi, ma questi minuti e secondi sono ben diversi da' minuti e secondi dell'antica divisione; e dovete ben guardarvi di confonderli; e poichè alcuni autori ànno adottato la nuova divisione, quando la maggior parte à ritenuta l'antica, potreste commettere gravi errori se non cominciaste dall'assicurarvi di quale specie di divisione trattasi nelle opere che leggerete; l'errore sarebbe anzi tanto più facile a commettersi in quanto che s' indicano i gradi, i minuti ed i secondi della nuova divisione con gli stessi segni ° ′ ″ che indicano i gradi, minuti e secondi dell'antica.

« Per me, siccome l'antica divisione è la più generalmente usata, è quella che impiegherò ogni qual volta sarà necessario. Del resto non vi à cosa più facile che di trovare il vero valore degli archi, d'un gra-

do, di un minuto, di un secondo; basterà conoscere la lunghezza stessa della circonferenza di cui gli archi fanno parte, dopo di che dividendo questa lunghezza per 360 avrassi quella di un grado; dividendo quest'ultima per 60 si avrà quella di un minuto, che divisa per 60 darà quella di un secondo. Or sarà sempre facile d'avere la lunghezza stessa di una circonferenza quando si conoscerà quella del suo diametro; basterà moltiplicare quest'ultima lunghezza per il numero 3,14159; ed anche quando non si avrà bisogno di una ben grand'esattezza sarà sufficiente prendere tre volte la lunghezza del diametro ed un settimo di volte.

TRATTENIMENTO VIII

Applicazioni delle proprietà delle circonferenze del cerchio.

« Un gran numero di operazioni di geometria finiscono per ridursi alle seguenti.

« Tracciare una circonferenza di cerchio di cui conoscesi il centro ed il raggio.

« Or ecco come si fa quando trattasi di tracciare una piccola circonferenza, sia su di un foglio di carta, sia su di una tavola o superficie di qualunque altro corpo.

« Supponiamo che vogliasi tracciare una circonferenza il cui centro sia, *tav. 1, fig. 21*, il punto *O*, e'l cui raggio sia eguale alla linea *MN*.

« Prendo il compasso, di cui apro le due

punte finchè l'intervallo che le separa sia esattamente eguale alla linea data *MN;* poggio una punta del compasso al punto *O;* allora fo girare il compasso intorno a questo punto senza cangiare l'apertura delle due punte e senza che la prima punta lasci quel punto *O*, ma appoggiando leggiermente la seconda punta su la mia carta e su la superficie data. Allora questa seconda punta traccerà precisamente la circonferenza bramata.

« Quando fa d'uopo tracciare sul terreno grandi circonferenze di cerchio il procedimento or ora indicatovi non è più applicabile, perch'egli è impossibile di aver compassi molto grandi. In tal caso piantasi un piuolo al centro dato; si fa un fermaglio all'estremità d'una corda, e si passa il piuolo in questo; allora si attacca un secondo piuolo all'altra estremità di questa corda, di maniera tale che la distanza de'due piuoli sia eguale al raggio dato; infine si gira intorno al primo piuolo tenendo la corda

sempre tesa ed appoggiando sul suolo la punta del secondo piuolo, la quale traccia evidentemente la circonferenza richiesta.

« Fa mestieri che vi ricordiate bene di questi due modi di tracciare un cerchio di cui conoscesi il centro ed il raggio, perchè in appresso avrò sovente l'occasione di dirvi — dal punto tale preso per centro e con la linea tale presa per raggio io vi traccio una circonferenza ec., e converrete che se ogni volta fossi obbligato di ripetervi ciò che precede finirebbe per divenire ben noioso.

« Per la stessa ragione vi avverto una volta per sempre, che le linee rette o curve di cui spesso avrò occasione di parlarvi, saranno stimate tracciate su d'una stessa superficie piana, a meno che non vi dica espressamente il contrario. Per ora v'indicherò alcuni usi più semplici delle circonferenze del cerchio.

« Per prima applicazione suppongo che vogliansi trovare tutt'i punti la cui distan-

za da un dato punto *O*, *tav. 1*, *fig. 21*, sia eguale ad una data retta *MN*.

« Dal punto dato *O* preso come centro io descrivo una circonferenza di cerchio *ABCDE*, il cui raggio sia eguale alla linea data *MN*, ed i punti di questa curva sono quelli che volevansi trovare, poichè quelli che sono al di dentro sono più vicini del centro, e quelli che sono al di fuori sono più lontani.

« Per seconda applicazione noi cercheremo quali possono essere i punti della linea retta *AB*, *tav. 1*, *fig. 22*, la cui distanza da un punto dato *O* è uguale ad un centimetro.

« Dal punto *O* preso come centro descrivo una circonferenza di cerchio il cui raggio sia eguale ad un centimetro, ed i punti *A* e *B* ne' quali questa circonferenza incontra la retta, sono i punti richiesti.

« In egual modo si agirebbe se la linea data fosse curva invece di essere retta: così descrivendo dal punto *P*, *tav. 1*, *fig. 23*, pre-

so come centro, una circonferenza di cerchio il cui raggio sia eguale a 13 millimetri, si avranno tutti i punti *B, C, D, E* della curva *ABCDEF*, la cui distanza al punto *P* è eguale a 13 millimetri.

« Avverrà qualche fiata che il cerchio ausiliario non incontrerà la curva data; in tal caso ciò vorrà dire che la curva data non à alcuno de' suoi punti che sia alla distanza data del punto *P*, ciò che à luogo, per esempio, per la curva *GHK* che non à alcun punto la cui distanza al punto *P* sia eguale a 13 millimetri.

« Per terza applicazione noi cercheremo quali possano essere i punti che sono lontani di due centimetri da un punto dato *A*, e di 13 millimetri da un secondo punto *B*, *tav. 1, fig. 24.*

Dal punto dato *A* preso come centro io descrivo una circonferenza il cui raggio sia eguale a due centimetri; dal punto *B* preso a sua volta come centro, descrivo una seconda circonferenza, il cui raggio sia egua-

le a 13 millimetri, ed i punti *C* e *D* ne'quali tagliansi queste due circonferenze sono precisamente i punti richiesti.

« Per quarta applicazione cercheremo tutt'i punti che sono talmente situati, che la distanza dall'uno di essi ad un punto dato *A* sia la stessa che la distanza dallo stesso punto richiesto ad un altro punto dato B, *tav. 1, fig. 25.*

« Dal punto *A* preso come centro io descrivo una circonferenza con un raggio più grande della metà della distanza del punto *A* al punto *B*; dal punto *B* preso a sua volta come centro e con un raggio perfettamente eguale al precedente, io descrivo una seconda circonferenza che taglia la prima ne'punti *C* e *D*, e questa retta conterrà evidentemente tutt'i punti richiesti, poichè i punti *A* e *B* sono situati esattamente della stessa maniera, l'uno a dritta, l'altro a sinistra di questa linea retta.

« Nell'operazione or ora spiegatavi possono prendersi i raggi de'due cerchi ausi-

liarî tanto grandi chè si vogliono, purchè sieno eguali tra loro; ma se si prendessero troppo piccoli, i due cerchi non si taglierebbero e bisognerebbe ricominciare con raggi più grandi.

« Le quattro applicazioni testè spiegatevi sono ciò che ne' libri di geometria chiamansi *problemi*, e ve ne à egualmente di tutte le applicazioni nelle quali si vuol trovare tale o tale cosa che non si conosce. Voi sapete dunque risolvere quattro problemi ed anche quattro de' più importanti, giacchè ad essi riducesi un gran numero di problemi di geometria. Conviene dunque esercitarsi a risolverli prontamente e con la più grande esattezza. Per farvene sentire l'utilità io mi propongo d'insegnarvi in una delle prossime lezioni come possa farsi uso del terzo problema per rilevare la pianta di un campo qualunque sia la figura di esso. Voi sapete che la pianta di un campo è una piccola figura che gli somiglia perfettamente e che n'è come il ritratto;

voi l'avete di già veduto quando vi ò dimostrato di servirvi della scala di proporzione su la pianta del mio piccolo campo.

« Ma prima di ciò fa mestieri ch'io v'indichi talune altre piccole applicazioni de' problemi precedenti.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO IX

Applicazioni de' problemi precedenti.

« Per prima applicazione di ciò che precede io v' insegnerò il mezzo di risolvere questo problema.

Data una linea retta qualunque *AB*, *tav. 1, fig. 26*, dividerla in due parti perfettamente eguali.

« Per riuscirvi io cerco una linea retta *CD*, ciascun punto della quale sia ad egual distanza dalle due estremità *A* e *B* della linea data; allora questa retta *CD* passerà necessariamente per il mezzo *O*, di *AB*.

« Per seconda applicazione io vi darò il mezzo di trovare la metà di una parte qualunque *MNP*, *tav. 1*, *fig. 27*, di una circonferenza di cerchio.

« Come nel problema precedente io cerco una linea retta *RS*, ciascun punto della quale sia ad eguale distanza dalle due estremità *M* e *P* dell'arco di cerchio *MNP* ch' è stato dato, e questa linea *RS* passerà necessariamente per la metà *N* di quest'arco.

« Noi continueremo le nostre applicazioni con un terzo problema.

Dati tre punti *P*, *Q*, *R*, *tav. 1*, *fig. 28*, che non sono in linea retta, tracciare una circonferenza di cerchio che passa per ciascuno di questi tre punti.

« A ciò fare io cerco una prima linea retta *IK*, ciascun punto della quale sia ad egual distanza de' due punti *P* e *Q*.

« In prosieguo io cerco una linea retta *OL*, ciascun punto della quale sia ad egual distanza de' due punti *Q* e *B*.

« Allora il punto *H* in cui le due linee *IK*, *OL* si tagliano sarà ad eguale distanza da'tre punti *P*, *Q*, *R*; e per conseguenza da questo punto *H* preso per centro, io descrivo una circonferenza il cui raggio è

eguale alla distanza di questo punto *H* a ciascuno de' tre punti *P*, *Q*, *R*.

« Voi osservate che io ò messo la condizione che i tre punti *P*, *Q*, *R*, *tav. 1, fig. 29*, non sieno su di una stessa linea retta, giacchè se fosse così il problema sarebbe impossibile, quindi operando come or ora vi ò indicato, si rinverrebbe che le rette *IK* e *OL* non s' incontrerebbero, comunque lungi venissero prolungate. Le linee di tal genere godendo delle proprietà importanti, di cui più appresso parlerovvi, ànno avuto un nome particolare ed è quello di rette *parallele*.

« Ogni qualvolta avrete occasione di sentir parlare delle linee rette parallele ciò vuol dire che queste linee non possono incontrarsi.

« Voi potete accorgervi che di tempo in tempo io sono obbligato ad interrompere certe applicazioni e differirle ad altro tempo; ciò accade perchè in geometria certe proprietà s'appoggiano su di altre che si

debbono essenzialmente conoscere se vuolsi ben comprendere le prime. Ma siate tranquilli; noi ritorneremo a poco a poco su tutto ciò che abbiamo lasciato da parte, e voi lo comprenderete più facilmente.

« Per ora vi fo osservare che negli ultimi problemi ò supposto che voi sappiate perfettamente risolvere quelli da noi veduti prima; ciò avverrà sempre egualmente in prosieguo, senza di che sarebbe lo stesso che continuamente ricominciare.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO X

Procedimento facile per rilevare la pianta di un terreno di qualunque figura.

« Poco fa vi ò promesso d'insegnarvi a rilevare una pianta, oggi voglio adempiervi la mia promessa, ed è perciò che ò portato alcuni strumenti de'quali avrò bisogno; giacchè per farvi ben comprendere come fa d'uopo operare, io mi propongo di rilevare la pianta di questo piccolo prato.

« Ecco prima di tutto una catena con i suoi picchetti per misurare le distanze come io vi ò di già insegnato.

« Ecco pure de' picchetti o bastoni per segnare i punti di terreno che io rapporterò su la pianta. Fate bene attenzione che io ò tracciato su ciascuno di questi bastoni

una lettera maiuscola *A B C D* che mi serviranno a designarveli senza che possiate sbagliare.

« Ecco infine un compasso, una riga con una scala tracciatavi sopra, e più una tavola ben levigata, su la quale ò incollato nell'estremità un foglio di carta bianca. Su questo foglio vi traccio la pianta di questo piccolo prato. *Tav. 1, fig. 30.*

« Voi osservate dapprima che vi à cinque angoli in questo prato, e che da un angolo all'altro le estremità sono quasi esattamente in linea retta; in tal caso voi pianterete uno di questi bastoni *A B C D E* a ciascuno di questi cinque punti.

« Ora misurate con la catena la distanza de' due bastoni *A B*. Quanti metri avete?

R. Ventisette e mezzo.

« Allora io apro le punte del mio compasso finchè contengano ventisette parti e mezzo della mia scala; dopo di che me ne servo per segnare su la mia carta bianca due punti *a* e *b*, con l'accuratezza che l'a-

pertura del compasso non cambi. Questi due punti *a* e *b* ci rappresenteranno la posizione de' bastoni *A* e *B*.

« Misurate pure la distanza dal bastone *A* al bastone *C*, e dal bastone *B* allo stesso bastone *C*—Quanti metri sono?

R. La prima distanza è eguale a trenta metri e la seconda a ventuno.

« In tal caso io cerco su la mia pianta un punto *c* la cui distanza dal punto *a* sia eguale a trenta parti della scala, e la cui distanza dal punto *b* sia eguale a ventiquattro delle parti stesse, e che sia situato per rapporto a' due punti *a* e *b* come il bastone *C* è situato per rapporto a' bastoni *A* e *B*.

« Ora misurate le distanze dal bastone *D* a' due altri bastoni *A* e *C* — Quanti metri avete?

R. La prima distanza è di trentaquattro metri e due terzi; la seconda è di ventitre metri ed un terzo.

« In tal caso io cerco su la mia pianta un nuovo punto *d*, la cui distanza dal punto *a*

sia eguale a trentaquattro parti e due terzi della mia scala, e dal punto *C* sia di ventitre parti ed un terzo, e che sia situato per rapporto a' punti *a b c* come il bastone *D* sta a' bastoni *A B C*.

« Finalmente misurate le distanze dall'ultimo bastone *E* a'bastoni *A* e *D*—Quanti metri sono?

R. La prima distanza è di venti metri, la seconda di venticinque.

« In questo caso io cerco sul mio piano un nuovo punto *e*, la cui distanza dal punto *a* sia eguale a venti parti della scala, e la distanza dal punto *d* sia eguale a venticinque delle stesse parti, e che stia in rapporto a' punti precedenti della stessa maniera che il bastone *E* è situato per rapporto agli altri.

« Allora io traccio le linee rette *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ea*, ed ottengono così la figura *a b c d e* ch' è la pianta del piccolo prato.

« Dello stesso modo si riuscirebbe assolutamente a rilevare la pianta di un terre-

no di qualunque altra figura; si situerebbero all'intorno de'bastoni più o meno numerosi, ma di maniera tale che le estremità del terreno da un bastone all'altro appresso possono essere riguardate come linee rette. Dopo di che si opererebbe in modo simile a quello che or ora vi ò dimostrato.

« Per ora io non mi tratterrò molto su tale obbietto giacchè più tardi v'insegnerò procedimenti anche più semplici.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO XI

Degli angoli e di talune loro proprietà.

« Tutto ciò che vi ò finora spiegato rappresentasi alla lunghezza stessa delle linee, senza aver riguardo alla loro direzione; ma voi capite che non è sempre così, e per conseguenza procuriamo di riparare tale omissione.

« Due linee rette *AB, AC, tav. 1, fig. 31,* che partono da uno stesso punto per differenti direzioni formano ciò che chiamasi un *angolo.*

« Ma voi dovete far ben attenzione che un angolo non dipende dalla lunghezza delle due linee che la formano, ma solamente dalla direzione di una di queste linee per rapporto dell'altra; di maniera che

i tre angoli *A*, *B*, *C*, *tav. 1*, *fig. 32*, sono perfettamente eguali comunque formati da linee di lunghezze ben differenti.

« Le due linee rette che formano un angolo chiamansi ordinariamente i *lati* di quell'angolo, ed il punto in cui quelle linee si uniscono è il vertice dello stesso angolo. Così negli angoli sopraindicati le rette *AB*, *AC* sono i lati, ed i punti *A* sono le punte di quegli angoli.

« Quando si vuol designare un angolo impiegansi ordinariamente tre lettere differenti; la prima situata su d'uno de'lati, la seconda al vertice e l'ultima su l'altro lato, di modo che qualunque degli angoli sopra indicati può essere designato dicendo l'angolo *BAC*, oppure l'angolo *CAB*; ma non potrebbe dirsi l'angolo *ABC*, nè l'angolo *ACB*, nè l'angolo *BCA*, nè *CBA*.

« Allorchè su le linee che formano un angolo trovansi differenti lettere, può disegnarsi quell' angolo nominando prima una lettera qualunque di quelle che sono

su d' uno de' lati forati; quindi quella del vertice, che deve essere sempre nomata la seconda, e terminare con una qualunque delle lettere che sono nell'altro lato. Così per designare l'angolo della *tav. 1, fig. 33*, può dirsi indifferentemente l'angolo *MOP*, *NOP*, *MOQ*, *NOQ*, *MOR*, *NOR*, *PON*, *POM*, *QON*, *QOM*, *ROM*, *RON*, osservando di nominare la lettera *O* sempre nel mezzo.

« Alle volte quando non vi à che un solo angolo che abbia un punto dato per vertice basta nominare la lettera che disegna il vertice, dimodochè nell'esempio precedente può dirsi l'angolo *O* invece delle denominazioni or ora usate. Ma fa mestieri attenersi alla regola generale ogni qualvolta più angoli ànno lo stesso vertice. Così nella *tav. 1, fig. 34*, vi à tre angoli differenti *AOB*, *AOC* e *AOD* che ànno tutti e tre lo stesso vertice *O*, per conseguenza se mi contentassi di dire l'angolo *O* voi non potreste sapere quale de' tre voglio designare.

« Allorchè tre linee rette partono da uno

stesso punto come le linee *OA*, *OB*, *OC*, della figura precedente, gli angoli *AOB* e *BOC* si dicono adiacenti, ed il terzo angolo *AOC* ch'è intieramente ripieno dai due altri n'è la somma.

« Risulta da ciò che se i due angoli *AOB*, *BOC* sono eguali tra loro, l'angolo intiero *AOC* è il doppio di ciascuno di essi, e che conseguentemente ciascuno degli angoli *AOB*, *BOC* è la metà dell'angolo *AOC*.

« Parimenti se i tre angoli *RHS*, *SHI*, *IHU*, *tav. 1*, *fig. 55*, sono eguali, l'angolo intiero *RHU* sarà il triplo di ciascuno di essi, ed all'incontro ciascuno di questi angoli sarà eguale al terzo dell'angolo *RHU*.

« Concepiamo intanto che più raggi *tav. 1*, *fig. 56*, *OA*, *OB*, *OC*, *OD*, *OE*, *OF* di uno stesso cerchio qualunque facciano degli angoli *AOB*, *BOC*, *COD*, *DOE*, *EOF* che sieno eguali tra loro, gli archi *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF* compresi tra i lati di questi angoli saranno altresì eguali tra loro; come pure se gli archi *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF* sono

eguali agli angoli *AOB, BOC, COD, DOE, EOF* saranno essi pure eguali tra loro; ciò avviene dalla perfetta regolarità di un cerchio qualunque per rapporto al suo centro.

« Dopo ciò voi vedete che l' angolo *AOC* è il doppio dell' angolo *AOB*, come l' arco *ABC* è il doppio dell' arco *AB*.

« Parimenti l' angolo *AOD* è il triplo dell' angolo *AOB*, come l' arco *ABCD* è il triplo dell' arco *AB*, e così in seguito.

« Da ciò risulta che se voi dovete dividere, *tav. 1, fig. 37*, un angolo qualunque *MON* in due parti eguali, voi dovete cominciare dal descrivere tra i suoi lati un arco di cerchio *GH*, il cui centro sia il vertice stesso *O* dell' angolo dato, e di cui il raggio può essere d' altronde qualunque. Dopo ciò voi dividete quest' arco in due parti eguali al punto *K*, e tirando la retta *OK* l' angolo sarà diviso.

« Egualmente fareste volendo dividere un angolo in tre, quattro o cinque parti eguali; con la sola differenza che voi dovre-

ste dividere l'arco *GH* in tre, quattro o cinque parti eguali secondo i differenti casi.

« Spesso avviene che devono tracciarsi angoli tali che ripetendoli un certo numero di volte viene a riempirsi esattamente tutto lo spazio ch'è d'intorno ad un punto dato; in tal caso si ottiene lo scopo con il mezzo di una circonferenza di cerchio che dividesi in tante parti eguali per quanti angoli eguali si vogliono avere intorno di uno stesso punto. Così, *tav. 1, fig. 38*, la circonferenza *ABCD* essendo divisa in quattro parti eguali a'punti *A, B, C, D*, se si tirino i raggi *OA, OB, OC, OD*, i quattro angoli *AOB*, *BOC*, *COD*, *DOA* saranno eguali tra loro.

« Egualmente, *tav. 1, fig. 39*, la circonferenza *GHKLMN* essendo divisa in sei parti eguali a'punti *G, H, K, L, M, N*, gli angoli *GOH*, *HOK*, *KOL*, *LOM*, *MON*, *NOG*, saranno eguali tra loro.

« Dello stesso modo si agirebbe in ogni

altro caso. Pregovi soprattutto di far bene attenzione al primo caso, in cui non si considerano che quattro angoli, perchè quegli angoli sono in grandissimo uso nelle arti, come vedrete nella prossima riunione.

« Torniamo al nostro soggetto, e risolviamo questo nuovo problema.

« Dato, *tav. 1, fig. 40*, un angolo *MON*, una retta *AG* ed un punto *B* situato su questa retta, bisogna tracciare una nuova retta che passi per il punto *B*, e che faccia con *AG* un angolo eguale all'angolo dato *MON*.

« Supponiamo che vogliasi che la retta richiesta sia situata al di sotto della retta data, supponiamo inoltre che l'apertura dell'angolo richiesto debba essere rivolta verso il lato *G*; allora dal punto *O* vertice dell'angolo dato preso come centro, io descrivo l'arco *MN* compreso tra i lati di quest'angolo, ma che il raggio di esso possa essere qualunque; quindi dal punto dato *B* preso come centro, e con un raggio eguale al precedente io descrivo verso il

lato *G* un nuovo arco *CDE* sensibilmente più grande che *MN*, e sul quale io prendo una parte *CD* eguale all'arco *MN;* finalmente tiro la retta *BD* ch'è evidentemente quella che soddisfa a tutte le condizioni sopra espresse.

« Potrei darvi ancora la soluzione di molti altri problemi relativi agli angoli, ma i precedenti ci bastano, e noi ad essi ci atterremo, di modo che io finirò con insegnarvi come si misurino gli angoli.

« Per fare ciò adoperasi o una circonferenza di cerchio divisa in 180 gradi, o una circonferenza intiera divisa in 360 gradi; *tav. 1, fig. 41.* Si situa il vertice dell'angolo dato al centro stesso di queste circonferenze, e si vede quanti gradi trovansi compresi tra i lati di quest'angolo; il numero de'gradi è precisamente la misura dell'angolo dato. Così in questa figura, i lati dell'angolo *HOK* comprendendo un arco di 77, dicesi che quest'angolo *HOK* è di 77 gradi. Osservate soprattutto che la grandezza del

cerchio che s'impiega non entra per niente in questa misura, e che quest'angolo *HOK* comprende sempre 77 gradi su d'una qualunque delle quattro circonferenze della figura. Ciò avviene dal che se la circonferenza aumenta o diminuisce, i gradi aumentano o diminuiscono dello stesso modo, poichè ne bisognano sempre 360 per fare l'intero giro.

« Dopo ciò voi vedete, *tav. 1, fig. 42*, che ciascuno degli angoli *AOB, BOC, COD, DOA* è eguale a 90 gradi, e gli archi *AB, BC, CD, DA* sono eguali fra loro.

« Parimenti i sei angoli di questa nuova figura essendo eguali tra loro, ciascuno di essi varrà 60 gradi, e così successivamente in qualunque altra cosa simile.

« Finirò dicendovi che chiamansi *acuti* gli angoli che ànno meno di 90 gradi, ed *ottusi* quelli che ne ànno più di 90.

TRATTENIMENTO XII

Delle perpendicolari, e de' differenti modi di tracciarle.

« Allorchè una retta come *CD*, *tav. 1*, *fig. 43*, ne incontra un'altra *AB* di modo tale che gli angoli adiacenti *ACD*, *DCB* sieno eguali tra loro, questi angoli sono chiamati angoli *retti*, e la retta *CD* è *perpendicolare* su di *AB*.

« Osservate bene che per essere *CD* perpendicolare su di *AB*, non è necessario che il punto *C* sia nel mezzo di *AB*; potrebbe essere egualmente all'estremità *A*, come nella *tav. 1*, *fig. 44*, oppure all'estremità *B*.

« Basta che prolungando la retta *AB* i due angoli adiacenti sieno eguali tra loro.

« Non è neppure necessario che una delle

Digitized by Google

due linee *AB*, *CD*, sia orizzontale e l'altra verticale, come nella *tav. 1, fig. 45.*

« La linea *CD* è sempre perpendicolare ad *AB*, perchè i due angoli adiacenti che sono formati da queste linee, sono eguali tra loro.

« Da ciò risulta che un angolo retto è sempre eguale a 90 gradi, giacchè se dal punto *B*, *tav. 1, fig. 46*, preso come centro descrivesi una mezza circonferenza che valga 180 gradi, ciascuno degli archi *ID DK* varrà 90 gradi, e per conseguenza i due angoli retti *IBD*, *DBK* varranno pure 90 gradi ognuno. Quindi vedete che quando si dice che due rette formano un angolo di 90 gradi è come si dicesse che sono perpendicolari, e viceversa.

« Gli angoli retti e le rette perpendicolari sono di un'applicazione continua; così gli angoli che formano le estremità di una tavola, di un comò, della maggior parte delle nostre suppellettili sono retti. I spicoli delle case sono perpendicolari al suo-

lo. Le fila che s' incrociano nella tela o nel panno sono perpendicolari tra loro. Così conviene di studiare le proprietà delle perpendicolari che possono servire a tracciarle.

« Io vi farò osservare, *tav. 1, fig. 47*, che da un punto *O* preso fuori di una linea retta *MN* possono tirarsi tante rette *OA*, *OB*, *OC*, *OD*, *OE* che terminano a questa retta *MN*; ora fra tutte queste linee *OA*, *OB*, *OC*, *OD*, *OE* ve ne sarà necessariamente una *OC* che sarà più breve di tutte le altre; ebbene questa linea *OC* è perpendicolare su di *MN* poichè non àvvi ragione perchè inclini più da un lato che dall' altro.

« Le linee *OA*, *OB*, *OD*, *OE* che non sono perpendicolari ad *MN* le sono *oblique*; giacchè tal' è il nome che adoprasi per designarle, e le distanze *CA*, *CB*, *CD*, *CE* chiamansi soventi il loro *allontanamento* dalla perpendicolare *OC*. Quindi voi vedete che due oblique *OB*, *OE* che sono egualmente lontane dalla perpendicolare, sono eguali tra loro; ma che una obliqua *OA*

ch'è più lontana è più lunga, mentre un'altra *OD* ch'è meno lontana dalla perpendicolare, è più breve.

« A cagione di queste proprietà quando si vuol costruire un ponte su di una riviera, si à cura che la sua direzione sia il più ch'è possibile perpendicolare alle due rive, perchè così è il più breve possibile e per conseguenza è minore la spesa della costruzione.

« Vediamo ora come può farsi per tirare una retta perpendicolare ad un'altra. Sia dunque, *tav. 1, fig. 48*, *MN* una linea retta qualunque, sia il punto *P* un punto preso su questa retta, e dal quale si vuol su di essa tirare una perpendicolare.

« Con il compasso, o con qualunque altro modo segno sopra *MN* due nuovi punti *I*, *K* che sieno ad una distanza eguale dal punto dato *P*; questa distanza può d'altronde essere presa come si vuole. Quindi dal punto *I* preso per centro e con un raggio qualunque più grande che *IP* descrivo

un arco *TRS;* indi dal punto *K* preso a sua volta come centro e con un raggio perfettamente eguale al precedente descrivo un nuovo arco che taglia il primo arco *TRS* al punto *R;* allora traccio la retta *PR*, che sarà la perpendicolare richiesta, poich'essa non inclina nè dal lato del punto *I* nè da quello del punto *K*. Non avverrebbe egualmente se le distanze *PI*, *PK* oppure le distanze *IR*, *IK* non fossero eguali tra loro.

« Avviene altresì soventi che da un punto preso fuori di una linea retta bisogna tirare una perpendicolare; sia dunque, *tav. 1, fig. 49*, *C* un punto preso fuori della linea retta *AB* dal quale si vuol tirare una nuova retta che sia perpendicolare alla linea data *AB*.

« Per fare ciò descrivo un arco di cerchio prendendo il punto dato *C* per centro e con un raggio molto grande perchè questo arco di cerchio tagli la linea data *AB* ne'due punti *M*, *N;* allora io cerco un nuovo punto *D* che sia egualmente distante da'due punti *M*, *N*

descrivendone due archi di cerchio, i cui centri sieno questi punti *M*, *N* e i cui raggi sieno eguali tra loro, finalmente traccio la retta *CD*, che sarà la perpendicolare richiesta per la ragione stessa che nel problema precedente.

« Oltre questi due modi di tirare delle perpendicolari ad una linea data ve ne à pure altri che nella pratica adoperansi in preferenza essendo più spediti senza essere meno esatti. Si adoperano per far ciò alcuni strumenti che chiamansi squadri, di cui or ora v'indicherò la forma e l' uso.

« Ecco primamente lo squadro del disegnatore; *tav. 1, fig. 50;* come voi vedete è una piastra delicata che può farsi indifferentemente di legno, di ferro, di rame, ma la cui qualità essenziale è che l'estremità *BC* faccia esattamente un angolo retto con l'estremità *AB*.

« Quando vuole adoperarsi questo squadro per tirare una perpendicolare ad una linea data, *tav. 1, fig. 51*, si applica l'estre-

mità *AB* dello squadro contro la linea data *MN*, dopo ciò si fa correre lungo l'estremità *BC* o un lapis o una penna, o anche più spesso una punta semplice e si ottiene così la linea *BD* perpendicolare ad *MN*; d'altronde è evidente che bisogna situare lo squadro in modo tale che il lato *BC* passi per il punto per il quale deve tirarsi la perpendicolare.

« Il carpentiere, il falegname, il muratore ec. adoperano pure degli squadri la cui forma differisce poco dalla precedente; essi compongonsi di due righe riunite come nella *tav. 1, fig. 52*, ma sempre di tal modo che l'angolo *ABC* sia retto; essi l'adoprano d'altronde come or ora spiegherovvi per lo squadro del disegnatore.

« Ecco ora lo squadro di cui fanno uso gli agrimensori quando vogliono tirare sul terreno grandi perpendicolari; *tav. 1, fig. 53*.

« Esso si compone di una scattola tonda incavata, sul contorno della quale vi sono praticate quattro fenditure che sono situa-

te in modo tale, che se prendesi un allineamento *AB* nella direzione delle due fenditure opposte, l'allineamento *CD* che trovasi nella direzione delle due altre fenditure trovasi perpendicolare al primo allineamento *AB*. Voi vedete inoltre che questo squadro porta alla sua base inferiore un tronco incavato *O* nel quale vien fissato un bastone ben dritto, puntuto nel basso per conficcarlo nel terreno.

« Siccome è della più grande importanza che gli squadri che si adoperano sieno giusti, or ora indicherovvi i mezzi più facili per verificarli.

« Ecco primamente come può verificarsi quello di cui vi ò parlato dapprima. Si traccia, *tav. 1, fig. 54,* una linea retta qualunque *MN;* si applica lo squadro contro questa retta nella posizione *ABC*, e seguendo il lato *BC* si traccia una nuova retta *BD*. Allora si rovescia lo squadro per dargli la posizione *CBA* e si guarda se l'angolo dello squadro cuopra esattamente l'angolo *DBN;*

essendo così i due angoli *MBD*, *DBN* sono eguali tra loro, e per conseguenza lo squadro è giusto; in opposto è falso.

« Quando si vuol verificare uno squadro di agrimensore, cominciasi col piantar bene il suo bastone verticalmente per mezzo di un filo a piombo. Allora si piantano due piuoli in *P* e *Q*, *tav. 1*, *fig. 55*, uno de'quali sia nell'allineamento *BD*; allora si fa girare lo squadro sul suo bastone in modo tale che dopo un quarto di giro il piuolo *P* trovasi nell'allineamento *BD*, dopo di che si guardi se l'altro piuolo è nello stesso tempo nell'allineamento *AC*, e così essendo, lo squadro è giusto; in altro caso è falso.

TRATTENIMENTO XIII

Nuovo modo di rilevare una pianta.

« Lo squadro dell'agrimensore ci dà un novello mezzo di rilevare una pianta di un terreno qualunque; ed affinchè veggiate bene come bisogna fare, io mi propongo di rilevare sotto i vostri occhi la pianta del campo di Nicola. A tal uopo ò portato questa catena, questi picchetti, e questi bastoni ciascuno di essi segnato con una lettera, e questo squadro di agrimensore con che noi opereremo sul terreno; dopo ciò io traccerò la pianta su questo foglio di carta con questa riga, questo compasso e questa scala di proporzione.

« Comincerò con farvi osservare che il campo di Nicola presenta sette angoli, e che

le estremità del campo da un angolo all'altro sono quasi in linea retta. È perciò che voi pianterete un bastone a ciascuno de' sette canti senza piantarne altri negl' intervalli. In generale bisogna che le estremità del terreno che sono comprese tra due bastoni sieno in linea retta, e fa d'uopo piantare questi bastoni il più ch'è possibile lontani l'uno dall'altro. Piantate dunque i sette bastoni, *tav. 1, fig. 56, A, B, C, D, E, F, G.*

« Dopo ciò esamino quali sieno i due bastoni che sieno i più lontani l'uno dall'altro; qui, per esempio, è il bastone *A* ed il bastone *G;* allora io segno l'allineamento *AG* con alcuni bastoni intermedî.

« A rigore non fa più mestieri segnare questo allineamento *AG* che di segnare *AF* o *DF,* o qualunque altro allineamento che potrebbesi immaginare; ma in pratica quello da me ora scelto è più commodo.

« Ora da ciascuno de'punti notati da'bastoni *B, C, D, E, F* abbasso sopra *AG,* le

perpendicolari *BP*, *CQ*, *DR*, *ES*, *IT* e segno con i bastoni *P*, *Q*, *R*, *S*, *T* i punti in cui queste perpendicolari incontrano *AG*.

« Voi ora misurerete con la catena le distanze *AP*, *PQ*, *QR*, *RS*, *ST*, *TG* cosicchè le perpendicolari *BP*, *CQ*, *DR*, *ES*, *TE* e tutto ciò che bisogna fare sul terreno sarà finito, e non rimane altro che tracciare la pianta su la carta, ciò che farò or ora.

« Dapprima traccio una linea retta *ax* su la quale segno i punti *a*, *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *g* di modo tale che *ap* contenga tante parti della scala quanti metri contiene la distanza *AP* misurata sul terreno; che parimenti le distanze *pq*, *qr*, *rs*, *st*, *tg* contengano ciascuna tante parti della scala, quanti metri contengono le distanze corrispondenti *PQ*, *QR*, *RS*, *ST*, *TG* misurate sul terreno; in tal modo i punti *a*, *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *g* rappresenteranno quelli che noi abbiamo segnati con i bastoni *A*, *P*, *Q*, *R*, *S*, *T*, *G*.

« Allora da ciascuno de' punti *p*, *q*, *r*, *s*, *t* della retta *ax* tiro le rette *pb*, *qe*, *rd*, *sc*,

tf perpendicolari su di *ag*, e situate in rapporto ad *ag* come le perpendicolari *PB*, *QC*, *BD*, *SD*, *TI* tirate sul terreno sono situate in rapporto alla retta *AG*; bisogna dippiù che ciascuna linea della pianta contenga tante parti della scala quanti metri contiene la linea corrispondente del terreno. In tal modo i punti *b*, *c*, *d*, *e*, *f* rappresenteranno quelli del terreno che noi abbiamo notati con i bastoni *B*, *C*, *D*, *E*, *F*; non mi resta altro che tracciare le rette *ab*, *bd*, *dg*, *gf*, *fe*, *re*, e la mia pianta sarà terminata.

« Eccolo, come voi vedete; ed è perfettamente somigliante.

« Si riuscirebbe parimenti in qualunque altra figura di terreno.

TRATTENIMENTO XIV

Delle parallele, e di alcune loro proprietà.

« Soventi avviene che due linee rette sono in tutto egualmente lontane l' una dall'altra. Tali sono ordinariamente le estremità di un viale, di una strada, di un canale, tali sono ancora le linee formate dalle lettere o in un libro impresso, o in una pagina di scrittura ben regolare, tali sono i fili che formano la trama di un tessuto o pure quelli che ne formano la catena.

« Le linee rette che sono situate in tal modo, come per esempio nella *tav. 1, fig. 57,* sono chiamate rette *parallele.*

« Così le linee di cui trattasi negli esempi sopraespressi sono parallele. Parimenti

in una compagnia di soldati, il capitano li fa disporre in file parallele.

« Ma quando due rette che sono tracciate in uno stesso piano non sono parallele, come nella stessa figura, vanno esse da un lato ad allontanarsi sempreppiù, e dall'altro avvicinandosi in modo che se fossero prolungate molto finirebbero per incontrarsi in quest' ultimo lato.

« Da ciò risulta che se si ànno due rette tracciate su di uno stesso piano, che non possano incontrarsi comunque prolungate, possono supporsi tali linee necessariamente parallele.

« Per esempio, *tav. 1, fig. 58*, le due rette *AB*, *CD* che sono l'una e l'altra perpendicolari su la stessa retta *AC* non possono incontrarsi poichè non vi à più ragione perch' esse s' incontrino da un lato *CA* che dall'altro lato di questa linea; allora queste rette *AB*, *CD* saranno parallele.

« Parimenti, *tav. 1, fig. 59*, se si farà inclinare la retta *AB* formando l'angolo

ABC senza che cangi di grandezza ed in modo tale che il lato *AB* resti costantemente applicato su di una stessa retta *MN*, prenderà una nuova posizione *DEF;* ciascun punto del lato *AB* avrà evidentemente percorso lo stesso spazio, e per conseguenza le due linee *AB*, *DE* non potranno incontrarsi e quindi sono parallele.

« Dopo ciò voi vedete che due rette sono parallele semprechè sono egualmente inclinate su di una terza retta. Fa mestieri far tantoppiù attenzione a questa proprietà, perchè di essa si servono sempre quando vuolsi tirare una retta che sia parallela ad un'altra e che intanto passa per un punto dato.

« Gli angoli formati da due parallele ed una terza linea retta che tagli le due prime e che inoltre sieno situate per rapporto a questa terza come gli angoli *ABC* e *DEF* sono situati per rapporto a *MN*, sono chiamati angoli *corrispondenti.*

« Devo farvi osservare che non è neces-

sario che a linea *MN* sia orizzontale; può essa essere situata in un modo qualunque.

« Così nella *tav. 1, fig. 60*, gli angoli *TQR* e *URS* sono corrispondenti. Dite lo stesso degli angoli *PQT* e *QRU* ed altresì di *PQX*, *QRV*, *XQR* e *VRS*.

« Si considerano anche molto spesso gli angoli che sono situati come *TQR* e *QRV*; o pure *XQR* e *QRU*, ed a motivo della loro posizione vengono designati con un nome particolare; vengono quindi chiamati *alterni interni*.

« Infine voi potete osservare che l'angolo *TQR* è evidentemente della stessa grandezza dell'angolo *PQX* e che quest'ultimo è eguale a *QRV*, e che lo sono egualmente quelli che sono situati di una maniera analoga. Così intendesi l'espressione ne' libri di geometria quando dicesi—gli angoli corrispondenti, come pure gli angoli alterni interni sono eguali tra loro.

« Infatti i libri di geometria considerano ancora delle proprietà delle parallele, degli

altri angoli diversi da quelli di cui abbiamo parlato; ma que' che or ora vi ò designati sono i soli di cui realmente si fa uso; è dunque inutile parlare degli altri.

« Trattasi ora d'insegnarvi i differenti modi impiegati per tracciare le rette parallele, ed è ciò che farò nella nostra prossima riunione.

TRATTENIMENTO XV

Modi di tracciare una retta parallela ad una linea data.

« Per tracciare delle parallele s'impiegano talora istrumenti fatti espressamente e che risolvono il problema della maniera più commoda in pratica; e talora si à per tutto istrumento una riga ordinaria ed un compasso. Comincerò dall'insegnarvi i mezzi d'operare con questi ultimi, ed in seguito v'indicherò i casi ne' quali si fa uso di strumenti particolari.

Supponiamo, *tav. 2, fig. 1*, che occorra tirarsi al disopra della retta *MN* una parallela a questa retta che ne sia lontana di una distanza eguale alla retta *PQ*. Comincio dal prendere sù la linea data due pun-

ti *A*, *B* che io posso scegliere indifferentemente a volontà. Da ciascuno di questi punti *A*, *B* tiro le rette *AC*, *BD* perpendicolari alla retta *MN*, e la cui lunghezza sia eguale alla retta *PQ*.

« Infine traccio la retta *CD* che sarà evidentemente la parallela bramata.

« Supponiamo pure, *tav.* 2, *fig.* 2, che da un punto dato *C* fuori di una linea retta *MN* debba tirarsi una parallela a questa retta.

Primo metodo per mezzo degli angoli corrispondenti.

« Dal punto *C* tiro una retta qualunque *ACD* che tagli la retta *MN* al punto *A*, dopo ciò tiro dal punto *C* una nuova retta *CE*, che faccia con la precedente un angolo *DCE* eguale all' angolo *CAN*; allora le rette *CE* ed *MN* saranno parallele poichè gli angoli corrispondenti sono eguali tra loro.

Secondo metodo per mezzo degli angoli alterni interni.

« Come nel primo metodo io tiro, *tav. 2, fig. 3*, una linea retta *CA* che passi per il punto dato *C*, e che tagli la linea data *MN* in un punto qualunque *A;* allora io fo l'angolo *DCA* eguale all'angolo *CAN*, e la retta *DC* è precisamente la parallela bramata, poichè gli angoli alterni interni sono eguali tra loro.

Terzo metodo.

« Da un punto qualunque *A*, *tav. 2, fig. 4*, preso su la retta *MN* come centro, descrivo un arco di cerchio *DC* che passi per il punto *C*, quindi da un altro punto qualunque *B* preso su la stessa retta *MN* come centro, e con un raggio eguale al precedente descrivo un secondo arco di cerchio *NEF* sul quale prendo l'arco *NE* eguale al-

l'arco *DC;* allora tiro la retta *CE* che sarà evidentemente la parallela richiesta.

« Potrei indicarvi molti altri modi d'impiegare la riga e 'l compasso per tracciare le linee parallele ad una retta data; ma le precedenti mi sembrano piucchè sufficienti. Vediamo ora come possano risolversi gli stessi problemi in un modo più semplice con istrumenti convenevolmente scelti.

« Supponiamo dunque ch' essendo sul terreno, voglia tirarsi una parallela ad una retta *MN,* a condizione che questa parallela passi per il punto dato *C, tav. 2, fig. 1.*

« Da questo punto *C,* e con il mezzo di uno squadro di agrimensore tiro la retta *CA* perpendicolare alla retta *MN;* allora da un altro punto qualunque *P* preso su la retta *MN,* tiro una seconda perpendicolare *BD,* di cui prendo la lunghezza perfettamente eguale a quella di *AC,* infine traccio la retta *CD* che sarà la parallela richiesta.

« Questo metodo potrebbe anche impie-

garsi su la carta, o con la riga e'l compasso, o con lo squadro del disegnatore; ma i metodi seguenti sono preferibili soprattutto quando bisogna tirare un gran numero di rette che sieno tutte parallele ad una stessa retta data.

Metodo con il mezzo dello squadro del disegnatore.

« Si pone lo squadro come vedesi in *ABC*, *tav. 2, fig. 5*, di modo tale che il lato *BC* di questo squadro si applichi esattamente contro la retta data *MN;* quindi si applichi una riga *GH* contro l'altro lato *AB* dello squadro, quindi si faccia scorrere lo squadro lungo la riga *GH* finchè il lato *BC* passi per il punto dato *O*, come vedesi in *DEF*, allora si tiri la retta *EF* che sarà la parallela richiesta, quindi gli angoli corrispondenti *ABC*, *DEF* sono eguali tra loro.

« Debbo farvi osservare che bisogna ben guardarsi che mentre si fa scorrere lo squa-

dro, la riga *GH* non cangi posizione, altrimenti si sbaglierebbe, e la retta *EF* non sarebbe parallela ad *MN*. Ma di un altro lato non è necessario che lo squadro sia ben giusto, giacchè l'angolo *ABC* può essere qualunque, e se si fa uso di uno squadro è perchè ordinariamente si à per le mani tale strumento.

« Spesso avviene ne' disegni di architettura, di macchine ed altro, che debba tracciarsi un gran numero di linee rette parallele ad una stessa retta data. In tal caso s'incolla la carta su di una tavola di legno in modo tale che le parallele che fa d'uopo tracciare sieno perpendicolari ad una delle estremità della tavola; dopo di che tiransi le parallele per mezzo di uno strumento del disegno espresso nella *tav. 2, fig. 6*, e che chiamasi T perchè somiglia a tale lettera.

« Per adoperare questo strumento si situi su la tavola da disegno in modo che il braccio *PQ* si applichi esattamente contro

la estremità di questa tavola, ed allora ogni retta tracciata lungo lo spazio *OR* sarà perpendicolare alla stessa estremità.

« Intanto se i lati del T non fossero ben perpendicolari tra loro, le linee che si traccerebbero con tale strumento, comunque sempre parallele, cesserebbero d'esser perpendicolari all'estremità della tavola, e'l disegno esser potrebbe inesatto.

« Conseguentemente prima di adoperare un T bisogna verificarne la giustezza, paragonandolo con un buono squadro.

« Potrei indicarvi altresì parecchi altri modi di tracciare rette parallele ad una stessa retta data; ma credo d'avervene detto a sufficienza su questo soggetto.

TRATTENIMENTO XVI

Importanti applicazioni delle linee parallele.

« Vi ò molto parlato de' differenti mezzi da praticarsi per tirare le parallele; ciò che mi à fatto conoscere che le proprietà di cui esse godono sono suscettibili d'un gran numero di applicazioni, più importanti le une delle altre; oggi ve ne indicherò talune.

Prima applicazione. Noi abbiamo la *figura 7, tav. 2, ABCDE* e vogliamo farne un'altra che sia perfettamente eguale alla premessa.

« Per ciascuno de' vertici *A, B, C, D, E* di questa figura traccio delle rette parallele tra loro *AP, BQ, CR, DS, ET* la cui lunghezza sia esattamente la stessa, e la cui direzione può essere qualunque; allora io

traccio le rette *PQ*, *QR*, *RS*, *ST*, *TP*, ed ò una nuova figura *PQRST* perfettamente eguale alla prima.

Seconda applicazione. Io v' indicherei i mezzi di costruire una figura che sia simmetrica ad un'altra, ma prima bisogna che vi spieghi che significhino due figure simmetriche.

« Quando voi guardate in uno specchio vedete una figura che credete essere la vostra, intanto v'ingannate; non è precisamente la vostra figura, ma un'altra figura che l'è simmetrica. Voi avete l'aria di non credermi; e pure nulla di più facile che il provarvelo; ecco in qual modo.

« Dapprima, voi Pietro, e voi Nicola situatevi l'uno innanzi l'altro faccia a faccia. Ora voi potete osservare che tutto ciò ch'è situato dal lato dritto per l'uno è precisamente dal lato sinistro per l'altro; così la mano dritta di Nicola corrisponde alla mano sinistra di Pietro, e la guancia dritta di Pietro corrisponde alla sinistra di Nico-

la, e così successivamente per tutto il resto. Or quando voi vi situate innanzi ad uno specchio siete precisamente faccia a faccia con l'immagine dello specchio; così il braccio dritto di quell'immagine è la rappresentazione del vostro braccio sinistro, la guancia sinistra della immagine dello specchio è la rappresentazione della vostra guancia dritta, e così del resto; in modo che quella immagine non rappresenta la vostra figura, ma solo ne rappresenta un certo rovesciamento; ed è così ch'esprimesi dicendo che tali figure sono simmetriche.

« Parimenti le figure che sono tracciate su d'una tavola incisa, su d'una pietra litografica non sono le stesse che le copie che se ne tirano con l'impressione; esse sono simmetriche. Dimodochè l'incisore, il litografo che vogliono copiare un quadro, son obbligati di situarlo avanti uno specchio, e di copiare l'immagine che vedono nello specchio o pure adoperare taluni mez-

zi particolari più o meno commodi nella pratica.

« Ecco i mezzi che forniscono le parallele.

« Supponiamo che avendo una figura *ABCDEFG, tav. 2, fig. 8*, vogliasi tracciare una nuova figura che le sia simmetrica.

« Per riuscirvi, per ciascuno de' vertici *A, B, C, D, E, F, G* degli angoli di questa figura traccio delle rette *AP, BQ, CR, DS, EI, FU, GV* parallele tra loro, ma d'altronde in tale direzione che possa convenirmi; quindi tiro la perpendicolare *hn* che tagli le parallele precedenti ne' punti *h, i, k, l, m, n, o*. Allora prendo la distan- *hP* eguale a *hA; iQ* eguale a *iB; KR* eguale a *KC, IS* eguale a *ID; mI* eguale a *mE; nU* uguale a *uF* e *oV* eguale a *oG;* ciò che mi fa conoscere i punti *P, O, R, S, T, U, V;* finalmente traccio le rette *PQ, QR, RS, ST, TU, UV, VP*, ciò che mi dà la figura *PORSTUV* simmetrica a quella che io aveva prima.

« Nella nostra prossima riunione v'insegnerò alcune altre applicazioni importanti delle proprietà delle rette parallele; per oggi finirò con indicarvi la più importante di tutte, quella che riguarda i disegni di architettura, di macchine e di molti altri obbietti, di che si è formata una scienza a parte sotto il nome di *Geometria descrittiva*. Voi capite che non voglio insegnarvi tutto ciò; ma voglio unicamente spiegarvi con quali principî si tracciano i disegni di cui or ora vi ò parlato.

« Da ciascuno de' punti che vogliono indicarsi sul disegno si tirano delle rette parallele tra loro in una direzione che potrebbe essere qualunque, e che intanto prendesi verticale, perchè semplifica le operazioni. Allora si notino sul disegno i punti in cui queste parallele incontrano il suolo.

« Come, per esempio, *tav. 2, fig. 9*, in *A*, *B*, *C*, in continuazione di ciascuno di questi punti *A*, *B*, *C* si tirino le rette *AP*, *BQ*, *CR* perpendicolari ad una linea *MN*.

e che taglino questa linea ne'punti *G, H, K;* finalmente si prenda *GP* eguale alla lunghezza della parallela ch'è servita per trovare il punto *A*.

« Prendasi *HQ* eguale alla lunghezza di quella ch'è servita per trovare il punto *B*.

« Prendasi *KR* eguale alla lunghezza di quella ch'è servita per trovare il punto *C*, e così di seguito.

« In pratica si tracciano ordinariamente le linee *AP*, *BQ*, *CR* con il *lapis*, affinchè possano cancellarsi quando non se n'à più bisogno, e non conservarsi che i punti *A*, *B*, *C*, *P*, *Q*, *R*.

« Io non entrerò in altri particolari su tal proposito, perchè andrei per le lunghe.

« Nella nostra prossima riunione parleremo di talune applicazioni che saranno più alla portata del vostro intendimento, e che non saranno intanto senza utilità.

TRATTENIMENTO XVII

Altre applicazioni delle proprietà delle rette parallele.

« Oggi termineremo ciò che debbo dirvi su le applicazioni delle proprietà delle parallele. Non perchè mi fosse difficile di moltiplicarle ancora molto, ma potrebbe finire con annoiarvi, il che amo evitare. Ecco dunque qual'è il principio che serve a render ragione di queste nuove applicazioni.

« Quando si ànno più parallele che sono alla stessa distanza l'una dall'altra come, *tav. 2, fig. 10, AP, BQ, CR, DS* ec. se tagliansi da una retta *i, k, l, m*, ec. queste parti *ik, kl, lm* di tale nuova retta, saran-

no tutte eguali tra loro, poichè non v'è ragione perchè una di queste parti sia più grande che un'altra. Ecco ora un'applicazione di tale proprietà.

« Sia, *tav. 2, fig. 11*, *AB* una retta che debba dividersi in cinque parti eguali. Dalla estremità *A* di questa retta tiro una nuova retta *AO* in una direzione qualunque; su questa retta *AO* prendo le cinque parti *AI*, *IK*, *KL*, *LM*, *MN* eguali tra loro, ma la cui lunghezza possa essere qualunque, quindi unisco la estremità *N* della quinta delle parti di cui ò parlato con la estremità *B* della retta data, della nuova retta *NB*; finalmente tiro le rette *Ip*, *Kq*, *Lr*, *Ms* parallele a *NB*, e la retta *AB* trovasi divisa in parti eguali ne' punti *p*, *q*, *r*, *s*.

« Se dovesse la retta *AB* dividersi in sette parti eguali, si porterebbero su di *AO* sette distanze eguali invece di cinque; ma del resto vi si riuscirebbe nel modo stesso, come in ogni altro caso analogo.

« Debbo farvi osservare inoltre che se voi paragonate le due rette *AB* ed *AN* trovansi esse divise esattamente nel modo stesso da ciascuna delle parallele *Ip*, *Kq*, *Lr*, *Ms*; infatti *AI* è la quarta parte di *IN*, come *Ap* lo è di *pB*; parimenti *AK* è due terze parti di *qB*, e così successivamente. Ciò ci dà dunque il mezzo di dividere una retta data nello stesso modo che un'altra retta è stata di già divisa.

« Ecco nella *tav. 2, fig. 12*, un'altra retta *AD* ch'è divisa in un certo modo ne' punti *B* e *C*, e si vuole nel modo stesso dividere un'altra retta *MN*.

« Per ciò eseguire mi regolerò come nel problema precedente; così, *tav. 2, fig. 13*, dalla estremità *M* della retta data tiro una nuova retta *ML* in una direzione qualunque, e prendo su questa retta la parte *MG* eguale alla parte *AB* della retta data; la parte *GH* eguale a *BC*, ed *HK* eguale a *CD*; allora traccio la retta *KN*, e da' punti *G* ed *H* tiro le parallele a quest' ultima; e

la retta *MN* trovasi divisa ne' punti *PQ* nello stesso modo che la retta *AD*.

« Ecco pure un problema che si risolve nello stesso modo.

« Date tre rette *AB*, *CD*, *EF*, *tav. 2*, *fig. 14*, se ne domanda una quarta che sia per rapporto a *EF* come *CD* è per rapporto a *AB*.

« Ecco ciò che in aritmetica chiamerebbesi *regola del tre*, e che in geometria dicesi trovare *una quarta proporzionale a tre rette date*.

« Ecco come bisogna fare per risolvere questo problema.

« Traccio un angolo qualunque *MON*, *tav. 2*, *fig. 15*; sul lato *OM* di questo angolo prendo le parti *OP* e *PQ* eguali la prima alla linea data *AB*, e la seconda a *CD*; quindi prendo sul lato *ON* la parte *OR* eguale alla linea data *EF*; allora tiro prima *RP* e poscia *QX* che sia parallela a *RP*; e la linea *RX* è precisamente eguale a quella che si voleva. Credo di dover terminare

qui le applicazioni della proprietà delle parallele, giacchè è di già tempo di passare a quelle delle figure geometriche; ciò che faremo nella nostra prossima riunione.

TRATTENIMENTO XVIII

Delle figure geometriche in generale, e particolarmente de' poligoni.

Quando si considera una parte più o meno estesa di una superficie piana, si vede essere necessariamente terminata da una linea che può essere talora curva, talora mista e talora spezzata, come in questi esempî; *tav.* 2, *fig.* 16, ed in tutti quelli che immaginar si possono. Ecco ciò che ne' libri di geometria chiamansi *figure* di cui nel tempo stesso si fan conoscere le più importanti proprietà; tali proprietà mi propongo di spiegarvi a poco a poco.

Noi abbiamo di già veduto che se dividesi una linea curva qualunque in un grandissimo numero di parti che sieno estrema-

mente piccole, ciascuna di queste parti potrà essere presa per una piccola linea retta, e la curva intiera come uno spazio di linea spezzata; ciò premesso noi potremo riguardare ciascuna figura terminata da una linea curva e mista come se fosse terminata da una linea spezzata. È ben vero che in tal modo noi commetteremo un piccolo errore, ma potremo rendere questo errore tanto piccolo che vorremo, dividendo il contorno della figura in un numero sufficiente di parti.

« Convien dunque studiare principalmente ciò ch' è relativo alle figure il cui contorno è una linea spezzata; comincerò dallo spiegarvi il significato di certi nomi che si rapportano a queste figure, e che si ripetono spesso; bisognerà procurare di ben ritenere questo significato, e vi replico questa raccomandazione non solamente per queste parole, ma altresì per quelle che vi ò spiegato finora o che potrò spiegarvi nel tratto successivo, giacchè in ciò consiste

una buona metà delle difficoltà della geometria, quella che noi facciamo.

« Per tornare al nostro proposito vi dirò, che ogni figura il cui contorno si compone di linee rette senza alcuna parte curva chiamasi un *poligono*, qualunque sia d'altronde la forma di questa figura; così, *tav. 2, fig. 17*, queste figure sono tutte tanti poligoni.

« Il contorno di un poligono qualunque n'è il *perimetro*. Ciascuna delle linee rette di cui tale contorno è composto è un lato del poligono; le estremità di ciascun lato ne sono i vertici, e ciascuno degli angoli che sono formati da due lati consecutivi è un angolo del poligono.

« Così, nella *tav. 2, fig. 18*, la linea spezzata *ABCDEFA* è il perimetro; le parti *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FA* sono i lati; i punti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* sono i vertici, e gli angoli *ABC*, *BCD*, *CDE*, *DEF*, *EFA*, *FAB* sono gli angoli di questo poligono.

« Quì farò osservarvi che i numeri de'la-

ti, de' vertici e degli angoli sono sempre eguali tra loro. Ciò che vi è facile di verificare in qualunque specie di poligono.

« Nel caso particolare in cui tutt' i lati di un poligono sono eguali tra loro ed in cui può dirsi lo stesso de'suoi angoli, si dice che il poligono è *regolare;* tali sono i seguenti, *tav. 2, fig. 19*, ed in generale tutti quelli che possono tracciarsi dividendo una circonferenza di cerchio in più parti eguali e tirando le corde da ciascuna di queste parti.

« Talvolta si considerano ancora in un poligono qualunque regolare o no certe rette che uniscono due vertici di questo poligono traversandolo; tali sono le rette *PQ, RS* ec. del poligono della *tav. 2, fig. 20*. Questa specie di linee rette chiamansi *diagonali* — Tali sono i significati delle parole che riguardano i poligoni, semprechè non si consideri il numero de' lati che particolarizzano ogni specie di poligono. Trattasi ora di passare a quelle che sono relative a ciascuna di queste specie.

TRATTENIMENTO XIX

De' triangoli.

« I poligoni più semplici sono quelli che non ànno che tre lati, ed a'quali dassi il nome di *triangoli* perchè ànno altresì tre angoli; tali sono per esempio i poligoni della *tav. 2, fig. 21.*

« Osservate soprattutto che i tre lati di un triangolo possono essere indifferentemente eguali o disuguali; e che di più possono essere situati di un modo qualunque. Voi vedete con ciò quanto s'ingannano coloro che credono che per formare un triangolo bisogni che i tre lati sieno eguali tra loro. Frattanto questo errore è assai comune e non è raro il sentir dire, *Parigi, Lione* e *Strasburg formano quasi un triangolo*

per esprimere che queste tre città sono quasi alla stessa distanza l'una dall' altra; vi guarderete dunque di cadere in simile errore, e vi ricorderete che i tre lati di un triangolo possono essere disuguali, come pure può avvenire che due di questi lati sieno tra loro eguali, ed anche che lo sieno tutti e tre. Per indicare questi differenti casi, i triangoli che ànno i tre lati disuguali son chiamati *scaleni;* tali sono, *tav. 2, fig. 22,* i triangoli *a, b, c*—questo nome è di raro usato. I triangoli che ànno due lati eguali, come i triangoli *d, e, f,* chiamansi triangoli *isosceli,* ed i triangoli che come *g, h* ànno i tre lati eguali tra loro diconsi *equilateri.*

« Questi differenti nomi riguardano i lati de'triangoli, ma ve ne à ancora d' altri che sono relativi agli angoli. Così quando un triangolo à un angolo retto, o che valga 90 gradi, il triangolo è *rettangolo,* ed il lato opposto all' angolo retto dicesi *l' ipotenusa* di questo triangolo. Tale è il triangolo *ABC,*

tav. 2, fig. 23, ch'è rettangolo, ed il lato *AC* n'è l'ipotenusa.

« Quando un triangolo à un angolo più grande di un angolo retto, dicesi alle volte ch'è *ottusangolo*, come pure chiamasi *acutangolo* quando ciascuno de' tre angoli è minore di un angolo retto, ma queste due ultime denominazioni sono poco adoperate, ed io non ve le dò se non perchè non vi sorprendiate in vederle in qualche libro di geometria.

» Oltre queste denominazioni ve ne à pure delle altre che si usano spesso quando trattasi di valutare la superficie di un triangolo, voglio dire della base e dell'altezza di questi triangoli.

« Chiamasi *base* uno qualunque de'tre lati di un triangolo, ed *altezza* la perpendicolare che s'innalza da questa base, prolungata se fia d'uopo al vertice che l'è opposto.

« Così, *tav. 2, fig. 24,* ne'triangoli *ABC* se prendasi *AB* per base, *CP* sarà l'altez-

za; se prendasi *AC* per base, *QB* sarà l'altezza; finalmente se prendasi *AC* per base, *AR* sarà l'altezza, di modo che a ciascuna base corrisponde un'altezza distinta. Ed osservate che l'altezza di un triangolo non passa che rare volte per il mezzo della base.

« Prima di passare alla risoluzione di taluni problemi relativi a' triangoli, vi farò conoscere una proprietà che nel tempo stesso è curiosa ed utile, e che si appartiene ad ogni specie di triangolo; consiste essa in ciò che *la somma de' tre angoli di un triangolo è sempre eguale a due angoli retti, o a 180 gradi;* ciò accade dal che se tirisi, *tav. 2, fig. 25*, la retta *MCN* parallela alla base *AB*, i tre angoli *MCA*, *ACB*, *BCN* varranno insieme 180 gradi, e che questi angoli sono evidentemente gli stessi di quelli del triangolo.

TRATTENIMENTO XX

Soluzione di taluni problemi relativi a' triangoli.

1° *Costruire un triangolo equilatero su d'una linea retta data AB, tav. 2, fig. 26.*

« Dal punto *A* come centro, e con *AB* per raggio descrivo l' arco *BCD;* dal punto *B* come centro e con lo stesso raggio descrivo un nuovo arco *ACE* che tagli il primo al punto *C*, quindi traccio le rette *AC* e *BC*, ciò che mi dà il triangolo equilatero *ABC*.

2° *Costruire un triangolo i cui lati sieno eguali alle tre linee date M, N, O, tav. 2, fig. 27.*

« Traccio una retta *AX* su la quale prendo una parte *AB* eguale alla retta data *M;* dal punto *A* come centro e con un raggio

eguale alla retta *N* descrivo l' arco *DCE;* quindi dal punto *B* come centro e con un raggio eguale alla terza retta *O* descrivo un nuovo arco che tagli il precedente nel punto *C;* finalmente traccio le rette *AC* e *BC* che formano con *AB* il triangolo *ABC,* i cui lati sono eguali alle tre linee date *M, N, O.*

« Debbo farvi osservare che in ogni triangolo due lati, come *AC* e *CB* formano una linea spezzata che unisce i punti *A* e *B;* la quale è evidentemente più lunga della retta *AB,* in guisa che in ogni triangolo un lato qualunque è minore della somma degli altri due.

« Se dunque fra le tre rette date *M, N, O* una fosse più grande della somma delle due altre, queste linee non potrebbero formare un triangolo, ed il problema sarebbe impossibile.

3° *Costruire un triangolo che abbia un angolo eguale ad un angolo dato O compreso tra due lati che sieno eguali a due rette date M, N, tav. 2, fig. 28.*

« Traccio una retta *AX* su la quale prendo una parte *AB* eguale alla retta data *M;* al punto *A* fo un angolo *XAY* eguale all'angolo dato *O;* allora prendo su la retta *AY* una parte *AC* eguale all' altra retta *N;* finalmente tiro la retta *BC* che termina il triangolo.

4° *Costruire un triangolo che abbia due angoli eguali a' due angoli dati R, S e'l cui lato compreso tra gli angoli dati sia eguale alla retta data M, tav. 2, fig. 29.*

« Traccio una retta *AX,* su la quale prendo una parte *AB* eguale alla retta *M;* al punto *A* fo un angolo *BAY* eguale all' angolo dato *R ;* al punto *B* fo un angolo *ABZ* eguale all' altro angolo dato *S*, ed ottengo così il triangolo *ABC* che soddisfa a tutte le condizioni di sopra.

5° *Costruire un triangolo rettangolo la cui ipotenusa sia eguale ad una linea data G, e che abbia un altro lato eguale ad un' altra retta H, tav. 2, fig. 30.*

« Fo un angolo retto *YAX;* sul lato *AX*

di quest'angolo prendo una parte *AB* eguale alla retta *H;* allora dal punto *B* come centro, e con un raggio eguale alla retta *G*, descrivo un arco di cerchio che tagli la retta *AY* al punto *C;* finalmente traccio la retta *BC*, ed ottengo così il triangolo *ABC* ch' è evidentemente quello che bisognava trovare.

« Questi pochi problemi mi sembrano sufficienti per darvi un'idea del modo come risolvere tutti quelli che i triangoli possono offrire; nella prossima nostra riunione passeremo a' quadrilateri.

Digitized by Google

TRATTENIMENTO XXI

De' quadrilateri.

« Vi ò già detto che chiamavansi *quadrilateri* i poligoni che ànno quattro lati, qualunque ne fosse d'altronde la forma particolare; ecco ora alcuni nomi che sono relativi a queste diverse forme. Se due lati di un quadrilatero sono paralleli, come, *tav. 2, fig. 51*, le figure *A*, *B*, esse si dicono *trapezî.*

« Quando i quattro lati di un quadrilatero sono paralleli due a due come *C*, *D*, questi chiamansi *parallelogrammi;* è d' altronde visibile che in ogni parallelogrammo i lati opposti sono eguali tra loro; e reciprocamente se i lati opposti di un qua-

drilatero sono eguali tra loro, questa figura è un parallelogrammo.

« Soventi avviene che i quattro angoli di un parallelogrammo sono eguali tra loro come *E*. In tal caso si à una figura che gli operai chiamano spesso *quadrato lungo*, o che chiamar devesi *rettangolo;* tali sono ordinariamente le parti superiori delle nostre tavole, degli armadî, ec.

« Quando i quattro lati di un rettangolo sono eguali tra loro, la figura chiamasi un *quadrato*, come *F*.

« Ma le figure che ànno i quattro lati eguali senza che gli angoli lo sieno, sono de' *rombi* e non quadrati, con i quali non bisogna confonderli, *tav. 2, fig. 52.*

« Se in un quadrilatero qualunque si tiri una diagonale, questo quadrilatero sarà diviso in due triangoli e gli angoli di questi triangoli daranno una stessa somma di quelli del quadrilatero. Per ciascun triangolo la somma degli angoli è eguale a due angoli retti, dunque per ciascun quadrila-

tero la somma degli angoli è eguale a quattro angoli retti.

« Vi farò osservare inoltre che i due triangoli di cui parlasi sono perfettamente eguali in tutti i parallelogrammi rettangoli, quadrati e romboidi; come ve'l dimostrano queste figure *A, B, C, D, Tav. 2, fig. 33.*

« Se si tirino nel tempo stesso le due diagonali di un quadrilatero, avverrà ch'esse si taglieranno in due parti eguali, se il quadrilatero è un parallelogrammo, o un rettangolo, o un rombo, o un quadrato; per assicurarvene basta volger l' occhio su le figure *A, B, C, D, tav. 2, fig. 34.*

« E reciprocamente ogni qualvolta le due diagonali di un quadrilatero si taglino in due parti eguali, la figura è una di quelle di cui vi ò ora parlato. Finalmente farovvi osservare che in un parallelogrammo ordinario le due diagonali non sono nè eguali nè perpendicolari; che in un rettangolo sono esse eguali senza essere perpendicolari, che in un rombo sono perpendico-

lari senz'essere eguali e che finalmente in un quadrato sono nel tempo stesso eguali e perpendicolari.

« Prima di passare alla risoluzione di taluni problemi relativi a' quadrilateri, debbo dirvi che in un trapezio qualunque i due lati paralleli chiamansi anche *basi;* ed una perpendicolare tirata tra queste parallele prolungate, se fia d'uopo, n'è l'altezza, così nella *tav. 2, fig. 55,* i lati *AB* e *DC* sono le basi, ed una qualunque delle perpendicolari *IK*, *MN*, *PQ* n'è l'altezza.

« In un parallelogrammo qualunque si dà il nome di base ad uno de' quattro lati, ed allora chiamasi *altezza* la perpendicolare abbassata su questa base da un punto qualunque del lato opposto. Così, nella *tav. 2, fig. 56*, se prendesi *AB* per base, l'altezza sarà una qualunque delle perpendicolari *IK*, *MN*, *PQ*. Ma se prendesi *AC* per base, l'altezza è la perpendicolare *RS*, oppure ogni altra perpendicolare tirata tra

i lati *AC*, *BD* prolungati quando si vogliono.

« Da ciò risulta che un triangolo qualunque *ABC tav. 2, fig. 37*, vale la metà d'un parallelogrammo *ABCD* della stessa base *AB* e della stessa altezza *CP*. Voi dovete far bene attenzione a questa circostanza, giacchè ci darà essa il mezzo di valutare la superficie de' triangoli. Così, come vi è facile di vedere, *tav. 2, fig. 38*, può decomporsi in triangoli, e questo principio ci darà di quì a poco i mezzi di valutare l'estensione di ogni specie di poligoni. Da ciò vedete di quale importanza sia il ben ricordarsene.

« Tornando a' parallelogrammi farovvi osservare che nel caso particolare ch' esso è rettangolo come *B*, se prendasi un lato qualunque per base, il lato seguente sarà precisamente eguale all'altezza, di talchè quest'altezza è facilissima a misurarsi.

« Finalmente nel caso in cui il rettangolo riducesi ad un quadrato, l' altezza è

precisamente eguale alla base, poiche i lati sono tutti della stessa lunghezza.

« Ora che vi ò spiegato le denominazioni relative a'quadrilateri passeremo alla risoluzione di taluni problemi.

TRATTENIMENTO XXII

Mezzo di risolvere taluni problemi su i quadrilateri.

1° *Fare un quadrato su di una linea retta data AB, tav. 2, fig. 39.*

« Alle due estremità *A* e *B* di questa retta elevo le due perpendicolari *AX* e *BY* su le quali prendo le parti *AC* e *BD* eguali alla retta data *AB*. Finalmente traccio la retta *CD* che completa il quadrato.

2° *Costruire un rettangolo la cui base sia eguale ad una linea M, e la cui altezza sia eguale ad un' altra retta data N, tav. 2, fig. 40.*

« Per riuscirvi traccio una retta *AX*, su la quale prendo una parte *AB* eguale alla retta data *M;* allora da ciascuno de' punti

A e *B* tiro le rette *AY*, *BZ* perpendicolari ad *AB*, e prendo su queste due rette le parti *AC* e *BD* eguali alla retta *N;* finalmente traccio *CD*, che completerà il rettangolo bramato.

3° *Costruire un rombo le cui diagonali sieno eguali a due rette date M, N, tav. 2, fig. 41.*

« Per fare ciò traccio una retta *AX*, su la quale prendo una parte *AB* eguale alla retta *M;* per il punto della retta *AB* tiro la perpendicolare *YOZ;* su questa perpendicolare prendo le parti *OC*, *OD*, ciascuna delle quali sia eguale alla metà della linea *N;* finalmente traccio le quattro rette *AC*, *CB*, *BD* e *DA* che daranno il rombo che si domandava.

« Terminerò questa parte facendovi osservare che potrete vedere de' rombi così spesso che vorrete, giacchè le maglie delle reti de' pescatori, quelle di alcune inferriate di ferro filato ànno precisamente questa forma.

« Voi potete avvertire ch'io non vi ò parlato che di taluni quadrilateri ne'quali potrebbesi osservare una certa regolarità. E ciò perchè le proprietà delle altre figure di tal sorta non possono esservi di alcuna utilità, e presenterebbero inoltre una grandissima difficoltà per darvene lo sviluppo. Per la stessa ragione io non vi parlerò delle proprietà particolari che possono essere relative a' poligoni irregolari, di un numero di lati più grande di quattro, e mi contenterò di farvi conoscere talune di quelle che appartengono a' poligoni regolari.

***

TRATTENIMENTO XXIII

Applicazioni delle proprietà de' poligoni regolari.

« Vi ò di già detto poco fa che i poligoni regolari erano quelli i cui lati tutti e tutti gli angoli sono eguali tra loro; ciò posto voi vedete che i triangoli equilateri sono de' poligoni regolari; dite lo stesso de' quadrati.

« Nulla di più facile che 'l costruire un poligono regolare d'un dato numero di lati. Prendasi una circonferenza di cerchio qualunque, *tav. 2, fig. 42;* dividasi ne' punti *A, B, C,* in tante parti eguali per quanti lati deve avere il poligono, e si tirino le

corde *AB*, *BC*, *CD*, che formano un poligono regolare che dicesi essere descritto nel cerchio, mentre il cerchio è detto circoscritto al poligono, d'altronde il centro del cerchio chiamasi anche il centro del poligono.

« Se dal centro *O* del poligono regolare si abbassi su d'un lato *AB* una perpendicolare *OP*, e dal punto *O* preso come centro e con *OP* per raggio si descriva una nuova circonferenza, essa toccherà evidentemente tutti i lati del poligono; ecco ciò che vuolsi esprimere dicendo o che questa circonferenza è descritta nel poligono, o che il poligono le è circoscritto.

« Di tutti i poligoni regolari che possono essere descritti ad una stessa circonferenza, i più facili sono gli esagoni, il triangolo equilatero ed il quadrato.

« Per l'esagono, *tav. 2, fig. 45*, prendonsi le corde *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF* ed *FA*, eguali al raggio del cerchio; per il triangolo si comincia dal cercare i sei punti *A*,

B, *C*, *D*, *E*, *F*, come per l'esagono, ed allora si tracciano le rette *AC*, *CE*, *EA*.

« Per il quadrato si traccia un diametro qualunque *AOC*, *tav. 2*, *fig. 44*; allora si traccia un secondo diametro *BOD* perpendicolare al precedente; finalmente si tracciano le corde *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, che formano il quadrato richiesto.

« I poligoni di cinque e di dieci lati sono un poco più difficili ad essere tracciati; eccone la norma; cominciasi dal tracciare due diametri perpendicolari *AOC* e *BOD*. *tav. 2*, *fig. 45*, come per un quadrato; poscia dividesi il raggio *OC* in due parti eguali al punto *M*, e da questo punto come centro descrivesi un arco di cerchio *BI* che passa per il punto *B*, e che taglia al punto *I* il diametro *AOC*; la linea *OI* sarà precisamente il lato del decagono, e la corda *BI* quella del pentagono.

« Per qualunque altra specie di poligono regolare, bisogna dividere la circonferenza in parti eguali, talora direttamente, talora

ad occhio, e finire come nel caso precedente.

« Per quanto riguarda le applicazioni de' poligoni regolari, esse non sono molto numerose. Intanto si adoperano nell' arte militare per talune fortificazioni. Si adoperano pure ne' pavimenti degli appartamenti; così possono adoperarsi per pavimenti i triangoli equilateri come vien espresso nell'esempio della *tav. 1, fig. 46;* intanto non si fanno, perchè gli angoli di questi mattoni sono fragili troppo.

« Si possono pure adoperare de'quadrati nel modo indicato dalle due figure della *tav. 2, fig. 47.*

« La prima è la più solida, ma la seconda è più piacevole alla vista, per lo meno quando si fanno pavimenti di due differenti colori.

« Adoperansi parimenti per l' oggetto stesso de'mattoni esagoni come nella *tav. 2, fig. 48.* Tal genere di pavimenti è solidissimo e piacevole. Inoltre voi potete osserva-

re che gli alveari ne'quali le api depositano il loro mele presentano esattamente la stessa figura.

« Non vi à altro modo di far pavimenti con i poligoni regolari, quando non voglia impiegarsi che una sola specie di tali poligoni; ma può formarsi un nuovo genere di pavimento molto piacevole combinando insieme degli ottagoni e de'quadrati, come nella *tav. 2, fig. 49.*

« Vediamo ora come possano tracciarsi talune figure stellate ed estremamente regolari che si veggono delle volte su i *mobili*.

« Sia in primo luogo, *tav. 2, fig. 50*, la circonferenza *ABCDE* divisa in cinque parti eguali ne' punti *A, B, C, D, E;* unendo il punto *A* al punto *C*, il punto *B* al punto *D*, tracciando parimenti *CE, DA, EB*, si otterrà la stella a cinque punte. Voi potete osservare inoltre nello interno di questa stella un poligono regolare di cinque lati.

« Sia in secondo luogo, *tav. 2, fig. 51*, una circonferenza divisa in sei parti egua-

li; unendo ciascun punto di divisione a quello che n' è separato con un altro, troverassi una stella a sei punte che contiene un poligono regolare di sei lati.

« Sia infine, *tav. 2, fig. 52,* una circonferenza divisa in otto parti eguali; unendo ciascun punto di divisione a quello che n'è diviso da un altro, si trova una stella ad otto punte che contiene nel suo interno un ottagono regolare.

« Se invece di queste costruzioni si unisce ciascun punto di divisione con quello che n'è diviso da due altri, si troverà una nuova stella ad otto punte, che contiene anche un ottagono regolare come si vede nella *tav. 2, fig. 53.*

« Io non continuerò più su questo soggetto che non presenta alcuna difficoltà, e che d'altronde è pochissimo utile; ma nella nostra prossima riunione comincerò una delle parti più utili della geometria; cioè della misura delle superficie.

TRATTENIMENTO XXIV

Mezzi da misurare l'estensione o superficie di una figura qualunque.

« Prima d'indicarvi come si può valutare l'estensione o la superficie di una figura qualunque fa mestieri che vi spieghi qual'è la superficie che prendesi per misura ed alla quale paragonansi tutte le altre.

« Voi avete di già veduto che per misurare le distanze si deve prendere una certa lunghezza per unità di misura la quale talora è il metro, talora il decimetro, il centimetro, il millimetro e talora altre distanze.

« Ora concepite che la misura di lunghezza essendo stata scelta voi costruiste su questa retta un quadrato perfetto; otter-

reste in tal modo una superficie che vien presa per la misura delle superficie. Così se la misura delle lunghezze è il metro, si prende per quella delle superficie un *metro quadrato*, cioè un quadrato di cui ciascun lato è eguale ad un metro.

« Se la misura delle lunghezze è il decimetro, quella della superficie sarà il *decimetro quadrato*, cioè un quadrato di cui ciascun lato sarà eguale al decimetro.

« Altre volte prendevasi spesso il piede per misura delle lunghezze, ma allora era il piede quadrato quella delle superficie, e così di seguito.

« Ora noi vedremo come possano valutarsi le altre superficie, cominciando d'altronde dalle più facili.

« Comincio dal rettangolo. Sia dunque un rettangolo *ABCD*, *tav. 2, fig. 54*; poniamo per esempio che la base abbia sei misure di lunghezza e quattro d'altezza; dividendo quest'altezza in quattro parti di una misura qualunque, e tirando per i punti

delle divisioni delle parallele alla base, il rettangolo sarà diviso in quattro fasce, ciascuna delle quali contiene sei misure di superficie, talchè la superficie del rettangolo vale ventiquattro misure di superficie. Vedete dunque che la superficie, o come ordinariamente dicesi l'*aia* di un rettangolo è eguale al prodotto della misura della base moltiplicata per quella dell'altezza.

« Così un rettangolo avendo tre metri di base e due metri di altezza, avrà sei metri quadrati di superficie; un rettangolo di undici decimetri di base e di sette decimetri di altezza avrà settantasette decimetri quadrati di superficie. Egualmente siccome il metro quadrato è una specie di rettangolo che à dieci decimetri di base e dieci decimetri di altezza, la sua superficie dev'esser eguale a cento decimetri quadrati, e così successivamente per qualunque altro esempio.

« Sia intanto un parallelogrammo *ABCD*, *tav. 2*, *fig. 55*, nel quale prenderemo *AB*

per base, e *PQ* per altezza. Facciamo di più su la stéssa base *AB* il rettangolo *ABGH* dell'altezza stessa che il parallelogrammo. Voi vedete che il rettangolo *ABGH* contiene il triangolo *ACG* di più del parallelogrammo, e'l triangolo *BHD* di meno; in guisa che il parallelogrammo ed il rettangolo valgono giustamente tanto l' uno che l'altro.

« Per conseguenza, per trovare la superficie di un parallelogrammo basterà moltiplicare la misura della base per quella dell'altezza esattamente come se fosse un rettangolo.

« Adesso ci sarà facile di trovare la superficie di un triangolo qualunque *ABC*, *tav. 2, fig. 56*, poichè questo triangolo è evidentemente la metà del parallelogrammo *ABCD*, che à la stessa base *AB*, e la stessa altezza *CP;* giacchè se si moltiplichi la misura della base *AB* per quella dell'altezza *CP*, si avrà la superficie del parallelogrammo; allora si prenderà la metà di

questo prodotto e sì avrà quella del triangolo.

« Così un triangolo di quattro metri di base su tre metri di altezza avrà per superficie sei metri quadrati. Per trovare questi sei metri io dico tre volte quattro fanno dodici la cui metà è sei.

« Parimenti per un triangolo che avesse venti metri di base, e sette metri di altezza, io direi sette volte venti fanno centoquaranta di cui la metà è settanta, e conchiuderei che la superficie di questo triangolo è di settanta metri quadrati.

« Quando si sa valutare la superficie di un triangolo può valutarsi quella di ogni altro poligono, decomponendolo in triangoli, o come indica, *tav. 2, fig. 57*, o di qualunque altra maniera; si valuta la superficie di ciascun triangolo separatamente, si fa la somma, e si à evidentemente quella della figura intiera.

« Siccome il caso particolare in cui il poligono dato è un trapezio, facilita le ope-

razioni sul terreno, noi lo esamineremo a parte ed in altro modo.

« Sia dunque, *tav. 2, fig. 58*, *ABCD* un trapezio qualunque; allora facendo un secondo trapezio *BEDF* eguale al primo ma rovesciato, si ottiene il parallelogrammo *AECF*, la cui altezza è la stessa di quella del trapezio, la cui base *AE* è eguale alla somma delle due basi del detto trapezio, e che à una superficie doppia. Da ciò risulta che per avere la superficie di un trapezio fa mestieri

1° *Aggiungere le misure delle due basi parallele, ciò che darà la misura della base del parallelogrammo.*

2° *Moltiplicare questa misura per quella dell'altezza, ciò che darà la superficie del parallelogrammo.*

3° *Prendere la metà del prodotto trovato, ed avrassi così la superficie del trapezio.*

« Ecco ora come può adoperarsi il trapezio unitamente a' triangoli per misurare la superficie de' terreni.

« Sia dunque, *tav. 2, fig. 59, ABCDEFG* un terreno di forma qualunque; per mezzo de' bastoni si segna la più grande diagonale *AD*, quindi si fa uso dello squadro di agrimensore per abbassare su questa diagonale le perpendicolari *BP, CR, ET, ES, GD* che dividono il terreno in triangoli ed in trapezî, di cui potrà rinvenirsi la superficie con i processi sopraindicati, e la cui somma darà quella del terreno.

« Vi farò osservare inoltre che questo processo dà immediatamente le basi e le altezze de' triangoli, e de' trapezî della figura. Così prendendo *BP* per la base del triangolo *ABP*, l'altezza sarà *AP;* parimenti *PR* è l'altezza del trapezio *BCPR* le cui basi sono *BP* e *CR;* egualmente *CR* è la base ed *RD* l' altezza del triangolo *CRD*, e così successivamente.

« Soventi avviene che non puossi penetrare in un terreno, come per esempio quando è seminato. Allora per mezzo dello squadro di agrimensore si traccia un gran ret-

tangolo che lo contenga; quindi si calcola la superficie del rettangolo, come pure la parte di questa superficie che è fuori del terreno, quasi come nell' ultimo processo, poscia prendesi la differenza che è la superficie del terreno.

« Ciò che or ora abbiamo veduto non si applica realmente che a' poligoni; ma giusta l'osservazione che più volte vi ò indicata, si può adoperare per ogni specie di figure terminate con una linea curva o mista, considerando questa figura come un poligono di un grandissimo numero di lati; aggiungerò solo che trattandosi di cerchio vi à un processo infinitamente più semplice; consiste esso nel calcolare la superficie di un quadrato fatto sul raggio, ed a moltiplicare questa superficie o per il numero 3 $\frac{1}{7}$, o più esattamente per il numero 3,14159. Supponiamo per esempio che bisogni trovare la superficie di un cerchio di otto metri di raggio; moltiplico otto per otto ciò che mi dà sessantaquattro metri

quadrati per la superficie del quadrato del raggio; allora moltiplico i sessantaquattro metri quadrati per 3,14159, e trovo per la superficie del cerchio 201,06176 metri quadrati. Opererei dello stesso modo per ogni altro cerchio; d'altronde mi sarebbe ben difficile di farvi comprendere giustamente perchè bisogna operare nel modo or dettovi; è questo uno de'casi ne'quali dovete credermi e stare alla mia parola.

« Terminerò questo trattenimento con farvi osservare che nelle misure del terreno bisogna trasformare i metri quadrati in *ettari*, *ari* e *centiari*, ciò ch'è facilissimo, poichè ogni 10,000 metri quadrati fanno un ettaro, ogni 100 metri quadrati fanno un aro, ed ogni metro quadrato un centiaro, di modo che se si àn per esempio 36,9743 metri quadrati, potrà dirsi 36 ettari, 97 ari e 43 centiari; parimenti 43937 metri quadrati fanno 4 ettari, 39 ari e 37 centiari, e così successivamente.

TRATTENIMENTO XXV

Proprietà delle figure simili.

« Mi rimangono ancora talune piccole cose a farvi conoscere, e fra le altre talune proprietà le più importanti della somiglianza o come ordinariamente dicesi della *similitudine* delle figure.

« Perchè due figure si somiglino perfettamente bisogna che una di esse rappresenti l'altra in tutte le sue parti, in modo tale che esclusa la grandezza stessa di queste parti che può essere differente nelle due figure, vedendo la prima si possa credere di veder la seconda, e reciprocamente.

« Così due triangoli equilateri, due quadrati, o pure due cerchi sono sempre simili, ma non vi fate a credere che sia ne-

cessario che le figure sieno regolari per essere simili, potendo anche essere irregolari e non essere meno simili; tali sono per esempio quelle della *tav. 2, fig. 60.*

« Spesso avviene che debbano considerarsi due parti di due figure simili che sono tali, che siccome vi ò di già detto, l' una di queste parti è la rappresentazione esatta dell' altra; allora per abbreviare dicesi che sono *omologhe*, così nelle due figure, *tav. 2, fig. 61*, i punti *A*, *B*, *C*, sono omologhi a' punti *P*, *Q*, *R;* i lati *AB*, *BC*, *CD* sono omologhi a' lati *PQ*, *QN*, *RS*, la diagonale *AC* è omologa a *PR;* il triangolo *ABC* è omologo al triangolo *PQR*, e così successivamente.

« Ciò posto voi potete osservare che in due figure simili gli angoli omologhi sono necessariamente eguali tra loro, mentre due angoli disuguali non possono avere la menoma somiglianza.

« Se invece di angoli debbano paragonarsi le linee omologhe delle figure simili,

trovasi che tutte le linee di una figura sono *proporzionali* alle linee omologhe dell'altra; cioè se una linea della prima figura è la metà della linea omologa della seconda, ogni altra linea della prima figura sarà altresì la metà della linea omologa della seconda.

« Parimenti se una linea presa nella prima figura è eguale a $\frac{3}{4}$ della linea omologa, ogni altra linea della prima sarà pure eguale a' $\frac{3}{4}$ della linea omologa della seconda figura, e così successivamente.

« Finalmente si possono pure paragonare le figure simili relativamente alla estensione ch'esse contengono. Or si comprende facilmente che le parti omologhe di due figure simili devono essere nello stesso rapporto. Così per esempio se il triangolo *ABC* è il quarto della prima figura, il triangolo omologo *PQR* dev'essere anche il quarto della seconda, e così successivamente per qualunque altro esempio. Trattasi ora di vedere come può trovarsi questo rapporto

senza essere obbligato di misurare le superficie stesse.

« Sieno dunque, *tav. 2, fig. 62, ABCDE* e *PQRST* due figure simili; su i lati omologhi *AB, PQ* costruisco due quadrati *ABGH* e *PQXY;* ottengo così due nuove figure, le cui antiche figure ed i quadrati ausiliarî sono parti omologhe, per conseguenza queste antiche figure saranno tra loro esattamente come i quadrati, di tal che se il quadrato *PQXY* è eguale a $\frac{2}{3}$ del quadrato *ABGH,* la figura *PQRST* è pure eguale a $\frac{2}{3}$ del quadrato *ABCDE,* e così successivamente per ogni altro esempio. Voi vedete dunque che tutto riducesi a saper paragonare i quadrati, il ché non presenta alcuna difficoltà; tutto al più vi perverrete subito, volgendo semplicemente lo sguardo su la *tav. 2, fig. 63*, giacchè paragonando il primo quadrato con ciascuno de'seguenti, voi vedete che il lato del secondo quadrato è eguale a due volte quello del primo, e la sua superficie è eguale a quattro volte quel-

la del primo, cioè a due volte due volte. Il lato del terzo è eguale a tre volte quello del primo, mentre la sua superficie è eguale a nove volte cioè tre volte tre volte quella del primo. Il lato del quarto è eguale a quattro volte quello del primo, mentre la sua superficie è eguale a sedici volte, cioè quattro volte quattro volte quella del primo.

« Tali sono le principali proprietà di cui godono le figure simili; sono esse della più grande importanza; giacchè per mezzo delle due prime si perviene a tracciare una figura simile ad una figura data, ed in ciò consiste il rilevare le piante. Dopo di che si può con il mezzo dell' ultima valutare la superficie reale della figura rispetto a quella della pianta che si è tracciata; vi ò di già reso testimonî di due applicazioni di tali proprietà; domani ne vedremo talune altre. Per il momento mi limiterò ad insegnarvi come possa rinvenirsi con facilità l'altezza di una torre, di un campanile o di qualunque altro edifizio.

**

« In un momento in cui splende il sole piantasi in terra un bastone, *tav. 2, fig. 64*, la cui direzione sia verticale il più che è possibile; si misura l' ombra *ac* di questo bastone e quella *AC* della torre; cercasi quante volte l' ombra del bastone è contenuta in quella della torre; allora ripetendo tante volte la lunghezza del bastone trovasi l'altezza della torre. Facendo l'esperienza per il nostro campanile, un bastone di due metri mi à dato un'ombra di un metro e tre decimetri, mentre il campanile dava un'ombra di ventinove metri e nove decimetri, cioè ventitre volte più grande; io conchiudo da ciò che la sua altezza dev' essere di ventitre volte due metri o quarantasei metri.

TRATTENIMENTO XXVI

Descrizione ed uso della tavoletta.

« Nella maggior parte di applicazioni delle figure simili al rilevare le piante, adoperasi uno strumento semplicissimo al quale si dà il nome di *tavoletta*.

« Questo strumento si compone di una piccola tavola rettangolare montata in tal modo che possa girare da tutt'i lati ed altresì inclinarsi, senza che i piedi che la portano cangino di posto; con tale mezzo può rendersi il suo piano parallelo a quello del terreno, ciò che soventi fa mestieri.

« La tavoletta è ordinariamente accompagnata da un altro strumento che chia-

masi *indice*, e di cui vedesi la forma nella *tav. 2, fig. 65;* come vedete è una riga ben dritta guernita di due piuoli *montati* che le sono perpendicolari; di più osservate che ciascun montante offre un piccolo traforo guernito di un crine e di una fenditura situata sul prolungamento di questo crine e perpendicolare a quello della riga; questo traforo e questa fenditura sono ancora situat' in tal modo che la fenditura dell' uno de' montati trovasi di rincontro al traforo dell' altro. Ciò è in tal guisa aggiustato affinchè mettendo un occhio ad una fenditura, possano vedersi gli oggetti in lontananza a traverso il traforo opposto, e situare così l' indice in modo che la fenditura ed il crine sieno in uno allineamento che trovasi così essere lo stesso di quello della riga.

« Quando si à l' indice e la tavoletta, si attacca su quest' ultima un foglio di carta; tracciasi una scala o su l' estremità di questo foglio o su l' indice o su di una riga

qualunque, e si fa uso di tali strumenti come ora indicherovvi nelle seguenti applicazioni.

« Quando si sta da un lato di un fiume, come trovare qual'è la distanza di due alberi *A* e *B*, *tav. 2, fig. 66*, che sono dall'opposto lato senza intanto traversare il fiume?

« Ecco come farei; comincerei dal segnare con due bastoni i due punti *P*, *Q* che d'altronde si possono prendere in un modo qualunque, e misurerei questa distanza *PQ*. Situerei la tavola al punto *P*; per mezzo dell'indice prenderei gli allineamenti *PA*, *PB*, *PQ* che troverei su la tavoletta.

« Allora per mezzo della scala prenderei su la retta *PQ* una parte *Pq* proporzionale a questa retta, cioè composta di tante parti della scala per quanti metri conterebbe la retta *PQ*.

« Poscia trasporterei la tavoletta al punto *Q* in guisa che il punto *q* della tavoletta cadesse sul punto *Q*, e che la direzione del-

la retta *pQ* di già tracciata su la tavoletta fosse la stessa di quella di *PQ*.

« Quindi traccerei gli allineamenti *QA*, *QB*, segnerei i punti *ab* ne'quali tagliano le precedenti, e traccerei la retta *ab*.

« Otterrei così la figura *pQab* simile a *PQAB* in modo che valutando *ab* per mezzo della scala avrei la distanza chiesta *AB*.

« Ecco pure un mezzo di rilevare le piante facendo uso della tavoletta, *tav. 2, fig. 67*.

« Si situa questo strumento nell' interno del terreno come viene nella figura indicato; si segna un *O* sulla tavoletta e tracciansi delle rette che partono da questo punto verso i punti principali *A, B, D, E, F* del terreno; su queste rette prendonsi le parti *oa, ob, oc, od, oe, of* proporzionali alle distanze *OA, OB, OC, OD, OF*, finalmente si tracciano le rette *ab, bc, cd, ef, fa* che formano la figura *abcdef* simile a quella del terreno.

« Qualche volta avviene che non può entrarsi nel terreno stesso di cui voglia rile-

varsi la pianta ; in tal caso si opera come in quello in cui bisogna trovare la distanza de' due punti a' quali non si può avvicinarsi.

« La *fig*. 68, *tav*. 2, basta per indicarvi la maniera di operare.

« Questo metodo è più che sufficiente per farvi comprendere come si possa usare la tavoletta; terminerò dunque così le sue applicazioni ed i nostri trattenimenti su la geometria.

« Io non mi dò la gloria di avervi spiegato tutto ciò che concerne la geometria; mi son limitato alle parti che sono di un uso per così dire giornaliero, e che dovrebbero essere a conoscenza di tutti; per ciò che riguarda le parti che sono di un ordine più elevato, fa mestieri studiarle nelle opere particolari, alle quali ciò che finora vi ò detto non è che una specie d'introduzione.

SBN 606885

CONSIGLIO GENERALE

DI

PUBBLICA ISTRUZIONE

Num. 18

Napoli 13 Ottobre 1855.

Vista la dimanda del tipografo Cav. Gaetano Nobile, con che ha chiesto di ristampare l'opera intitolata *Geometria del prof. Sarry*, la quale fa parte della *Biblioteca d' istruzione elementare* del Giudice Ungaro:

Visto il parere del Regio Revisore P.M. Gennaro Marasco:

Si permette che la suindicata opera si ristampi; però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà, se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuto, nel confronto, esser la impressione uniforme all'originale approvato.

Il Consultore di Stato
Presidente provvisorio
CAV. CAPOMAZZA

Il Segretario Generale
GIUSEPPE PIETROCOLA

INDICE

Introduzione. . . . . pag. 5
Trattenimento I — *Corpi, Superficie, Linee e Punti*. 11
Trattenimento II — *Linea retta, Superficie piana* 16
Trattenimento III — *La linea retta serve a misurare le distanze* 22
Trattenimento IV — *Scala di proporzione e suoi usi* 33
Trattenimento V — *Linee spezzate, linee curve, modo di misurare la lunghezza di queste linee*. 38

Digitized by Google

Trattenimento VI — *Del cerchio, della sua circonferenza e delle sue differenti parti*.. 45
Trattenimento VII — *Divisione della circonferenza in gradi, minuti e secondi* 47
Trattenimento VIII — *Applicazioni delle proprietà delle circonferenze del cerchio*. 51
Trattenimento IX — *Applicazioni de' problemi precedenti* 59
Trattenimento X — *Procedimento facile per rilevare la pianta di un terreno di qualunque figura* 63
Trattenimento XI — *Degli angoli, e di talune loro proprietà*. 68
Trattenimento XII — *Delle perpendicolari, e de' differenti modi di tracciarle* 77
Trattenimento XIII — *Nuovo modo di rilevare una pianta* 86
Trattenimento XIV — *Delle parallele, e di alcune loro proprietà*. 90

Trattenimento XV — *Modi di tracciare una retta parallela ad una linea data.* 95
Trattenimento XVI — *Importanti applicazioni delle linee parallele* . . . 102
Trattenimento XVII — *Altre applicazioni delle proprietà delle rette parallele.* 108
Trattenimento XVIII — *Delle figure geometriche in generale, e particolarmente de' poligoni* 113
Trattenimento XIX — *De' triangoli.* . 117
Trattenimento XX — *Soluzione di taluni problemi relativi a' triangoli.* . 121
Trattenimento XXI — *De' quadrilateri.* 125
Trattenimento XXII — *Mezzo di risolvere taluni problemi su i quadrilateri* 131
Trattenimento XXIII — *Applicazioni delle propietà de' poligoni regolari* . 134
Trattenimento XXIV — *Mezzi da misurare l' estensione o superficie di una figura qualunque.* 141

Trattenimento XXV — *Proprietà delle figure simili* 149
Trattenimento XXVI — *Descrizione ed uso della tavoletta* 155

Digitized by Google

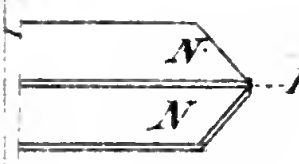
Digitized by Google

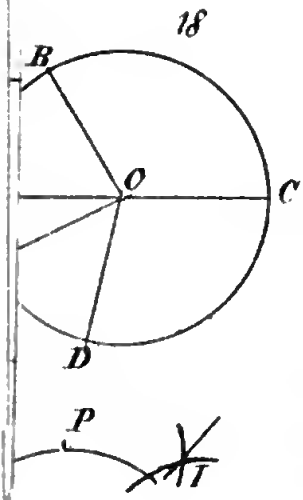
Digitized by Google

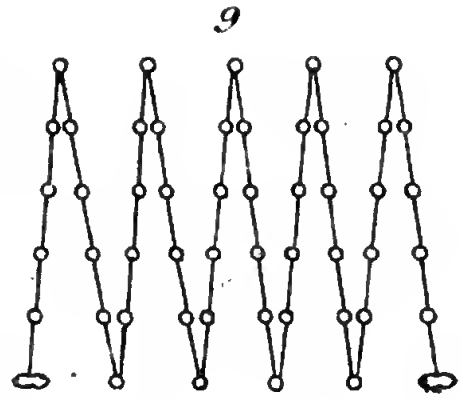
Digitized by Google

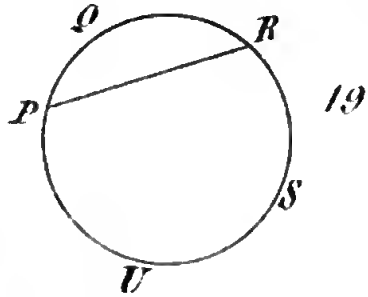
Digitized by Google

Tav: I.









Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTHECA